# ANALISI DELLE DISTORSIONI INDOTTE DA XPM IN SISTEMI IBRIDI DQPSK-OOK e QPSK-OOK

G. Bellotti

Alcatel-Lucent, Optics Division, Via Trento 30, 20059 Vimercate, Italy. Email: giovanni.bellotti@alcatel-lucent.it

A. Bononi, P. Serena Università di Parma, v.le G. Usberti 181/A, 43100 Parma, Italy.

Marco Bertolini Università di Parma, *on leave* presso Alcatel-Lucent Bell Labs France

We investigate the effect of XPM due to 10G-OOK channels on the propagation of DQPSK and coherent QPSK channels. We explain why the XPM penalty decreases when increasing the baudrate of (D)QPSK and why QPSK is more affected than DQPSK.

### 1. Introduzione

Il costante aumento del traffico Internet impone di accrescere la capacità delle reti ottiche di trasporto, tipicamente basate su sistemi WDM (wavelength division multiplexing) a 10 Gb/s modulati on-off keying (OOK), aggiungendo canali ad alto bitrate (40/100 Gb/s). Affinché l'aggiornamento dei sistemi abbia costi sostenibili, è necessario che i nuovi canali operino sulla infrastruttura già esistente disegnata per OOK a 10 Gb/s e con canali tipicamente spaziati di 50 GHz. E' dunque necessario che il formato di modulazione scelto per i canali ad elevato bitrate sia caratterizzato da un'elevata tolleranza ai filtraggi stretti e da una superiore efficienza spettrale, oltre che da una buona resistenza alle distorsioni lineari e non-lineari.

Tra i formati proposti, molta attenzione è stata riservata al quadrature phase shift keying (QP-SK), sia con ricezione incoerente e codifica differenziale (DQPSK, differential QPSK) [1] che con ricezione coerente e stima di fase ad anello aperto [2,3]. Studi sia sperimentali [4] che numerici [5,6] hanno già dimostrato che, in sistemi ibridi in cui convivono canali OOK a 10 Gb/s e canali QPSK ad elevato bitrate, la principale causa di distorsione dei canali QPSK è data dal cross phase modulation (XPM) impresso dai canali OOK. Tuttavia la comprensione teorica dell'effetto del XPM in questi sistemi ibridi era, fino ad oggi, molto limitata.

In questo articolo ci proponiamo di dimostrare perché, all'aumentare della frequenza di segnalazione dei canali QPSK, l'impatto del XPM decresce. Nell'analisi estenderemo un ben noto modello ai piccoli segnali per predire la varianza della fase indotta dal XPM e proporremo nuove espressioni della sensitivity penalty (SP) sia per il DQPSK che per il QPSK coerente.

# 2. Modello teorico

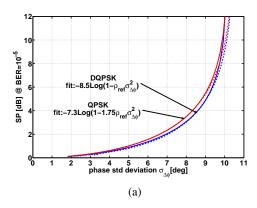
Seguendo l'approccio proposto in [7,8] è possibile derivare una semplice formula della biterror rate (BER) per canali DQPSK/QPSK affetti da rumore Gaussiano di fase, nel nostro caso indotto dal XPM:

$$\mathsf{BER} = \frac{3}{8} - C\rho^{k/2} e^{-\frac{k\rho}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ I_{\frac{m-1}{2}} \left( \frac{\rho}{2} \right) + I_{\frac{m+1}{2}} \left( \frac{\rho}{2} \right) \right]^k \frac{\sin\left(m\frac{\pi}{4}\right)}{m} e^{-\left(\frac{m^2}{2}\mathsf{Var}[\Delta\Phi]\right)} \tag{1}$$

dove  $\rho$  è il rapporto segnale rumore;  $I_m$ è la funzione di Bessel modificata di ordine m;  $Var\left[\Delta\Phi\right]$  è la varianza del rumore Gaussiano non-lineare di fase; k=1 e  $C=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$  per il QPSK, k=2 e  $C=\frac{1}{4}$  per il DQPSK. A partire da (1), è possibile trovare un eccellente fitting della SP rispetto al caso back-to-back per BER comprese nell'intervallo  $10^{-3} \div 10^{-9}$ :

$$SP [dB] \cong -N_1 \log_{10} \left(1 - \rho_{b2b} N_2 \text{Var} [\Delta \Phi]\right) \tag{2}$$

dove  $\rho_{b2b}$  è il rapporto segnale rumore in back-to-back,  $N_1=7.3$  ed  $N_2=1.75$  per il QPSK, mentre per il DQPSK  $N_1=8.5$  ed  $N_2=1.$ 



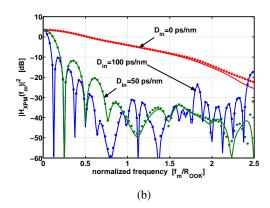


Figura 1: (a): SP a BER= $10^{-5}$  vs.  $\sigma_{\Delta\phi}=\sqrt{Var[\Delta\phi]}$ , calcolata usando (1) (linea continua) e fitting (2) (linea tratteggiata) per DQPSK (blu) e QPSK (rosso). (b): Filtro di XPM in dB vs. frequenza normalizzata  $f_m/R_{OOK}$ ,  $R_{OOK}=10$  GHz. 15x100 km NZDSF,  $D_{pre}=$  SLR,  $D_{tot}=0$  ps/nm,  $D_{in}=[0,50,100]$  ps/nm. Fase non lineare  $0.3\pi$ .  $\Delta f=50$  GHz. Punti: filtro simulato con SSFM; linea continua: filtro analitico (4).

Fig. 1a mostra la qualità del fitting (2) per una BER di  $10^{-5}$ . Per poter sfruttare (2) è necessario trovare una semplice formula per stimare  $Var[\Delta\Phi]$ . A tale scopo abbiamo proposto un modello ai piccoli segnali già utilizzato ad esempio in [9] per stimare le distorsioni di intensità dovute al XPM e in questo caso adattato per stimare le distorsioni di fase. Seguendo questo approccio, la varianza della fase di un canale QPSK circondato da OOK si può esprimere come

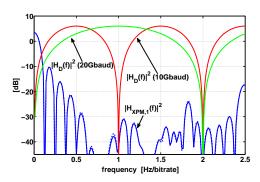
$$\operatorname{var}[\Delta \Phi] = \sum_{p=1}^{M} \int_{-\infty}^{\infty} S_{p}(f) |H_{XPM,p}(f)|^{2} |H_{D}(f)|^{2} |H_{E}(f)|^{2} df$$
(3)

dove M è il numero di canali OOK co-propaganti,  $S_p(f)$  è la densità spettrale di potenza del p-simo canale OOK,  $H_E(f)$  è la funzione di trasferimento del filtro elettrico,  $H_D(f)$  è la funzione di trasferimento del filtro "generalizzato" di fase (che discuteremo in seguito) e  $H_{XPM,p}(f)$  è il filtro che descrive ai piccoli segnali la conversione in fase, dovuta all'XPM, delle variazioni di intensità del canale p. La derivazione del filtro è del tutto simile a quella in [9], ma applicata alla fase del segnale. Per un sistema di N tratte con compensazione della dispersione cromatica otteniamo che l'espressione del filtro è:

$$H_{XPM,p}(\omega) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} \gamma_{k} e^{j\omega d_{a}(k)} \left\{ \frac{e^{j(\beta_{r} - 2\beta_{a}(k))\frac{\omega^{2}}{2}}}{\alpha_{k} + j\left(\omega^{2}\beta_{2,k} - \omega d_{sp,k}\right)} + \frac{e^{-j(\beta_{r} - 2\beta_{a}(k))\frac{\omega^{2}}{2}}}{\alpha_{k} - j\left(\omega^{2}\beta_{2,k} + \omega d_{sp,k}\right)} + 2\frac{\cos\left(\beta_{r}\frac{\omega^{2}}{2}\right)}{\alpha_{k} - j\omega d_{sp,k}} \right\}$$

$$(4)$$

dove  $\alpha_k$  e  $\gamma_k$  sono il coefficiente di attenuazione e non lineare della fibra,  $\beta_a(k)$  e  $d_a(k)$  sono dispersione e walk-off accumulati fino alla tratta k,  $\beta_{2,k}$  e  $d_{sp,k}$  sono il coefficiente di dispersione e walk-off per il canale p nella tratta k ed infine  $\beta_r$  è la dispersione cumulata lungo l'intero collegamento, comprese eventuali fibre di pre- e post-compensazione. Fig. 1b (linea continua) mostra l'espressione del modulo quadro del filtro per un sistema composto da 15x100 km di fibra non-zero dispersion shifted (NZDSF, D=3.83 ps/nm/km,  $\gamma=1.5$  1/km/W,  $\alpha=0.2$ dBm) con dispersione di pre-compensazione  $D_{pre}$  scelta usando la "straight line rule" (SLR) [10], dispersione totale accumulata  $D_{tot}=0$  ps/nm, e dispersione residua per tratta  $D_{in}=[0,50,100]$  ps/nm. La spaziatura dei canali  $\Delta f$  è 50 GHz. Per verificare la validità del modello abbiamo stimato lo stesso filtro mediante il metodo split-step Fourier (SSFM), considerando solo l'effetto di dispersione cromatica e XPM. La fase nonlineare scelta è di  $0.3\pi$ . Si può notare dalla Fig. 1b che il filtro ha un effetto passa-basso, la cui frequenza di taglio decresce al crescere di  $D_{in}$ .



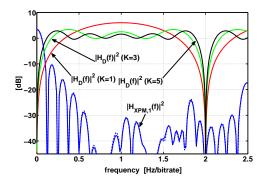


Figura 2: Risposte in frequenza di  $|H_{XPM,1}(f)|^2$  e  $|H_D(f)|^2$ . Sinistra:  $H_D(f)$  per un canale DQPSK a 10 e 20 Gbaud; Destra:  $H_D(f)$  per un canale QPSK coerente a 20 Gbaud con fase mediata su K = 1, 3, 5 campioni.  $H_{XPM,1}(f)$  come in Fig. 1b.

L'impatto del XPM dipende, oltre che dalle caratteristiche della linea di trasmissione, anche dal tipo di ricevitore utilizzato, il cui impatto è riassunto dal filtro  $H_D(f)$ . Nel caso DQPSK, la fase ricevuta è  $\Delta\Phi(t)=\Phi(t)-\Phi(t-T_s)$ , dove  $T_s$  è il tempo di simbolo e dunque  $H_D(f)=1-e^{-j\omega T_s}$ . Nel caso QPSK coerente invece la fase è stimata usando l'algoritmo di Viterbi&Viterbi [5], quindi  $\Delta\Phi(t)=\Phi(t)-\frac{1}{4}arg\left[\frac{\sum_{k=1}^{K}E(t-kT_s)^4}{K}\right]$  dove E(t) è il campo elettrico ricevuto. Approssimando l'argo-

mento della media con la media degli argomenti si ottiene  $\Delta\Phi(t)=\Phi(t)-\frac{\sum_{k=1}^K\Phi(t-kT_s)}{K}$  e dunque la funzione di trasferimento del filtro differenziale "generalizzato" è  $H_D(f)=1-\frac{1}{K}\sum_{n=1}^K e^{-j\omega nT_s}$ . Nel caso K=1, il filtro differenziale generalizzato coincide con quello del DQPSK. In tutti i casi  $H_D(f)$  è un filtro passa-alto sulla banda del segnale; maggiore è la frequenza di taglio del filtro, maggiore sarà l'effetto di  $H_D(f)$  nel limitare l'impatto del rumore XPM passa-basso. Come si evince da Fig. 2 (sin.), all'aumentare della baudrate del canale QPSK (in questo caso DQPSK), aumenta la frequenza di taglio del filtro  $H_D(f)$ ; inoltre (des.), a parità di baudrate nel caso QPSK coerente, più è alto il valore di K, minore sarà la frequenza di taglio del filtro.

Il modello giustifica i risultati ottenuti in [5,6]. Infatti, all'aumentare della baudrate del segnale QPSK, il filtro  $H_D(f)$  è più efficace nel limitare l'effetto del XPM. Inoltre, fissata la baudrate del canale, il DQPSK è più tollerante del QPSK coerente quando K > 1.

# 3. Simulazioni Numeriche

Per verificare la bontà del modello sviluppato, abbiamo simulato lo stesso sistema descritto nella sezione precedente, sia con fibra NZDSF, che con fibra single mode (SMF, D=16 ps/nm/km,  $\gamma=1.4$  1/km/W). Lo spettro WDM è composto da 5 canali co-polarizzati spaziati di 50 o 100 GHz, in cui il canale centrale è DQPSK o QPSK coerente con baudrate variabile (da 10 a 50 Gbaud, a passi di 5 Gbaud) e tutti gli altri sono OOK a 10 Gb/s. La potenza lanciata per canale è 2 dBm e  $D_{in}=100$  ps/nm. La propagazione nel link è simulata utilizzando l'algoritmo SSFM scalare (sono ignorati gli effetti di polarizzazione). I ricevitori DQPSK e coerente sono stati implementati come in [5]. La SP è ricavata dalla misura della BER, calcolata mediante stima Monte Carlo. I risultati sono riassunti in Fig. 3, che rappresenta la sensitivity penalty in funzione della baudrate del canale centrale.

I punti rappresentano le simulazioni SSFM in cui l'effetto del self-phase modulation (SPM) è disattivato, la linea tratteggiata le simulazioni con XPM e SPM entrtambi attivi e la linea continua è la previsione della formula (2). Il modello teorico è in ottimo accordo con i risultati numerici senza SPM, per SP fino a circa 3 dB, su entrambe le fibre testate. Per SP superiori, il modello ai piccoli segnali non è più valido, e dunque la stima della varianza della fase non è in grado di fornire una buona approssimazione. Quando si include il contributo del SPM la SP aumenta, specialmente ad alte baudrate, ma il nostro modello non tiene conto di questo effetto. Se i canali sono spaziati 50 GHz, l'effetto del XPM è maggiore e dunque le previsioni teoriche sono più accurate, almeno fino a 25÷30 Gbaud. Infine, nel caso DQPSK esiste un

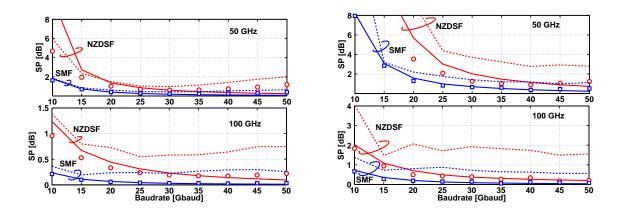


Figura 3: SP vs. baudrate dal canale QPSK (sinistra DQPSK, destra QPSK coerente, *K* =5) su fibra SMF (blu) e NZDSF (rosso), con spaziatura 50 GHz (alto) e 100 GHz (basso). Punti: SSFM con solo XPM; linea tratteggiata: SSFM con XPM+SPM; linea continua: modello teorico.

minimo della penalty intorno ai 30 Gbaud, mentre nel caso QPSK coerente, il minimo non viene raggiunto nell'intervallo di baudrate considerato.

#### 4. Conclusioni

In questo lavoro abbiamo sviluppato un modello teorico in grado di giustificare l'impatto del XPM dovuto ai canali OOK adiacenti su canali sia DQPSK che QPSK coerenti con stima ad anello aperto della fase, chiarendo in particolar modo perché l'effetto del XPM si riduce all'aumentare della baudrate del canale modulato in fase. La giustificazione di tale fenomeno ha origine nell'azione del filtro di ricezione differenziale "generalizzato"  $H_D(f)$ . Inoltre la nostra analisi spiega il fatto che, a parità di baudrate, se la stima della fase è mediata su più di un simbolo, il QPSK coerente è più affetto del DQPSK dal XPM.

Nonostante la nostra analisi sia per semplicità limitata al caso di singola polarizzazione, ci permette di inferire anche le prestazioni di un sistema coerente QPSK a multiplazione di polarizzazione (PDM), utilizzando l'opportuna baudrate per il canale QPSK. A 40 Gb/s, il PDM-QPSK (10 Gbaud) è particolarmente distorto dal XPM indotto dai canali OOK. Pertanto il DQPSK è una soluzione migliore, ma richiede comunque l'introduzione di bande di guardia tra sé e i canali OOK per non dover limitare la massima potenza di trasmissione, specialmente su fibra NZDSF. Invece ad una bitrate di 100 Gb/s il PDM-QPSK (25 Gbaud) non solo sarebbe l'unico formato considerato a consentire una griglia di trasmissione a 50 GHz, ma sarebbe anche molto meno distorto dalla presenza di canali OOK a 10 Gb/s vicini, al punto da diventare un formato di modulazione interessante anche per applicazioni ibride

Infine è importante notare come siano stati ignorati gli effetti di polarizzazione non-lineare e la loro interazione con la polarization mode dispersion (PMD). Tali fenomeni dovrebbero essere inclusi nell'analisi per ottenere un quadro completo dell'impatto del XPM sulle prestazioni dei sistemi ibridi considerati.

## **Bibliografia**

- [1] A. Gnauck et al., J. Lightw. Technol., vol. 26, no. 1, pp. 79-84, Jan. 2008.
- [2] H. Sun et al., *Optics Express*, vol. 16, no. 2, pp. 873–879, 2008.
- [3] J. Renaudier et al., J. Lightw. Technol., vol. 26, no. 1, pp. 36-42, Jan. 2008.
- [4] S. Chandrasekhar et al., IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 19, no. 22, p. 1801, Nov. 2007.
- [5] M. Bertolini et al., in Proc. ECOC 2008, Paper We.P.4.16.
- [6] O. Vassilieva et al., in Proc. ECOC 2008, Paper We.1.E.4.
- [7] G. Nicholson, IEE Electron. Lett., vol. 20, no. 24, pp. 1005-1007, Nov. 1984.
- [8] K.-P. Ho, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 16, no. 1, p. 308, Jan. 2004.
- [9] M. Varani et al., in Proc. LEOS 1998, Paper WBB4
- [10] Y. Frignac et al., in Proc. OFC 2004, Paper OTuN3.