EFFETTI DELLA BANDA DI GUADAGNO PARAMETRICO SULLE PRESTAZIONI DI SISTEMI SINGOLO CANALE DPSK A 10 Gb/s

Paolo Serena, Alessandra Orlandini e Alberto Bononi Università degli Studi di Parma, dip. Ingegneria dell'Informazione, viale G. Usberti 181/A, 43100 Parma (Italy). Email: nome.cognome@unipr.it

Multi-canonical Monte Carlo simulations and theoretical considerations show that the performance of optical DPSK single-channel systems impaired by nonlinear phase noise is determined by the bandwidth of parametric signal-ASE noise interaction.

1. Introduzione

Un segnale modulato in fase propagantesi su lunga distanza in fibra ottica è principalmente distorto dal rumore di fase non lineare. Tale processo proviene dalla interazione tra il rumore di emissione spontanea (ASE) degli amplificatori presenti lungo la linea ed il segnale utile, ed è anche noto come effetto Gordon-Mollenauer [1] o guadagno parametrico (PG) del rumore ASE. Uno dei principali risultati dell'interazione segnale-rumore è una colorazione del rumore ricevuto sulla banda del segnale utile. Al fine di valutare l'impatto del PG sulle prestazioni di un sistema ottico, occorre valutare le statistiche del rumore in ingresso al ricevitore, un problema che è stato affrontato da Ho [2] per un sistema amplificato in assenza di dispersione cromatica (GVD) e dotato di un ricevitore ottimo. In [2] è stata proposta una espressione esatta della densità di probabilità (PDF) della fase del segnale ricevuto, mostrando che essa ha distribuzione non gaussiana. Per lo stesso sistema, Mecozzi in [3] ha calcolato i momenti del campo elettrico prima del filtro ottico in ricezione. In [4] gli autori hanno mostrato come la differenza di fase del segnale ricevuto possa essere ben approssimata ad una variabile casuale gaussiana. Tali modelli sono stati sviluppati per sistemi semplificati, e non tengono in conto di come il PG agisca in sistemi realistici dove è presente la dispersione cromatica e si usano ricevitori dotati di filtri ottici ed elettrici arbitrari. Un approccio alternativo al problema è stato mostrato in [5], dove si è mostrato che la densità di probabilità congiunta della parte reale/immaginaria del rumore dopo il filtro ottico in ricezione può essere ragionevolmente assunta come gaussiana, sia in assenza che in presenza di GVD. In tal modo, è possibile calcolare la probabilità di errore (BER) utilizzando algoritmi per ricevitori quadratici, come fatto in [6]. In questo lavoro si vuole analizzare in dettaglio tale modello per diversi sistemi, comparandolo con simulazioni multi-canoniche Monte Carlo (MMC) che permettono di valutare accuratamente eventi rari come gli errori sulla variabile di decisione [7].

2. Teoria

Si prenda in esame un segnale modulato a modulazione differenziale di fase (DPSK) propagantesi nel sistema ottico di Figura 1. Come prima ipotesi si assume che tutte le fibre ottiche siano prive di GVD. In tali condizioni il campo elettrico subisce una rotazione di fase non lineare proporzionale alla potenza del segnale stesso. Tale fase risulta essere un processo stocastico a causa del rumore ASE degli amplificatori, le cui statistiche all'ingresso del filtro ottico OBPF sono fornite in [2]. Tuttavia, in assenza di dispersione cromatica il link ottico opera come un sistema senza memoria, per cui istanti temporali differenti del segnale alla sua uscita sono tra loro indipendenti per tempi dell'ordine dell'inverso della banda degli amplificatori. Se il filtro ottico ha banda molto inferiore a quella degli amplificatori, come



Figura 1: Schema del sistema ottico DPSK singolo canale a R=10 Gb/s.

solitamente avviene, il segnale alla sua uscita, essendo la convoluzione della risposta impulsiva del filtro con il segnale entrante, risulta essere la combinazione lineare di tante variabili casuali indipendenti, per cui tende ad assumere una distribuzione gaussiana nelle ipotesi del teorema del limite centrale. Quindi, in tali ipotesi il segnale dopo il filtro ottico è univocamente identificato una volta noti il suo valor medio e varianza, qualunque siano le statistiche del segnale al suo ingresso. Il valor medio e la matrice di covarianza **M** della parte reale/immaginaria del segnale possono essere dedotti dai risultati forniti da Mecozzi [3] nel limite di un sistema di infinite tratte per una banda degli amplificatori pari a B_M . In definitiva, nelle ipotesi sopraelencate, il sistema è equivalente ad un sistema ottico funzionante in presenza di un rumore additivo all'ingresso del filtro ottico, le cui parte reale ed immaginaria sono variabili gaussiane bianche correlate con valor medio diverso da zero e matrice di densità spettrale di potenza pari a $1/B_M*M$. In virtù di tale approccio il segnale subisce quindi anche uno svuotamento cedendo energia al rumore. Tale svuotamento è correttamente tenuto in conto dal modello di Mecozzi.

Nel caso in cui sia presente la dispersione della fibra, si può approssimare la PDF del rumore all'uscita del filtro ottico ad una gaussiana in base alle seguenti motivazioni: 1) con sola GVD il rumore è gaussiano; 2) con sola non linearità il rumore è gaussiano, come mostrato sopra; 3) in un caso misto il rumore interagisce con il segnale durante propagazione su di una banda finita caratteristica della memoria del link ottico. Tale banda gioca il ruolo di B_M, per cui se il filtro ottico possiede banda B₀<<B_M, ci si aspetta che le considerazioni precedenti valgano ancora. Inoltre, durante propagazione la stessa dispersione della fibra introduce memoria nel sistema, una condizione che facilita la convergenza verso una distribuzione gaussiana già durante propagazione. Tali ipotesi concordano con quelle fornite da un modello ai piccoli segnali della equazione non lineare di Schrödinger, per cui ci si aspetta che la BER possa essere calcolata in presenza di GVD utilizzando un filtraggio matriciale (cioè sulla parte reale ed immaginaria) del rumore, come fatto in [6] tramite espansione del rumore in serie di Karhunen-Loéve (KL). Si noti che, facendo un'ipotesi gaussiana sulla PDF del segnale dopo il filtro ottico, la variabile di decisione di Figura 1 ha una PDF di forma chi-quadro generalizzato [6].

3. Risultati numerici

Si prende in considerazione il sistema di Figura 1 con fibre ottiche prive di dispersione ed aventi attenuazione α =0.2 dB/km e indice non lineare γ =1.7 W⁻¹km⁻¹. Nel sistema viene propagato un segnale costante (CW) che accumula durante propagazione una fase non lineare pari a $\Phi_{NL}=\gamma PL_{eff}N$, dove L_{eff} è la lunghezza efficace della fibra. Il rumore viene inserito ad ogni amplificatore in modo da avere un rapporto segnale rumore, calcolato all'ingresso del filtro ottico ed in assenza di PG, variabile in un range OSNR=3÷13 dB/0.1 nm. Per semplicità, al ricevitore si utilizza un polarizzatore che elimina la componente ortogonale del rumore ASE. In tali condizioni di lavoro il modello di PDF gaussiana dopo il filtro ottico con i momenti calcolati in [3] è stato mostrato fornire valori di BER corretti in [5]. Al fine di



Figura 2: PDF della parte reale/immaginaria del campo elettrico. (sinistra): no GVD, prima di OBPF. (destra): no GVD, dopo OBPF. Livelli in scala log₁₀.

analizzare accuratamente le ragioni alla base di tali risultati, si è applicata la tecnica MMC estesa ad uno spazio bidimensionale per calcolare la PDF congiunta della parte reale/immaginaria del campo elettrico ricevuto. Questa tecnica ha consentito di allargare l'analisi a regioni del piano complesso a bassissima probabilità. Il rapporto banda amplificatori/banda OBPF $B_M/B_0=8$ con OBPF un Butterworth di ordine 6 avente banda $B_0=10$ GHz.

La Figura 2 mostra la PDF congiunta calcolata prima (sinistra) e dopo (destra) il filtro ottico, ottenuta dopo propagazione di un segnale costante che accumula una fase non lineare $\Phi_{NL}=0.2\pi$ lungo la linea rumorosa avente OSNR=10.8 dB/0.1 nm. Come si nota, il filtro ottico tende a ricreare contorni di livello ellittici, ben diversi da quelli al suo ingresso che invece rispecchiano la forma analitica mostrata in [2]. In entrambe le figure sono riportate anche le PDF ottenute con simulazioni Monte Carlo standard fino a valori di 10⁻⁴, la cui coincidenza con le curve MMC rappresenta un indicatore della correttezza di quest'ultime.



Figura 3: BER vs. OSNR [dB/0.1nm] in assenza di GVD. Filtro OBPF integratore di banda 10 GHz. Filtro LPF assente. B_M =80 GHz e 160 GHz: modello gaussiano.

Nella Figura 3 si vuole confrontare la BER calcolata usando un ricevitore ottimo, privo di filtro elettrico LPF, tramite il modello [2] ed il modello gaussiano sopra descritto. La differenza fondamentale tra i due modelli risiede nelle statistiche e nella banda di espansione del rumore. Infatti, il modello [2] assume una PDF non gaussiana dopo il filtro ottico, trascurando l'impatto dell'OBPF in regime non lineare, come mostrato in Figura 2. Inoltre, tale modello confina su una banda B_o la potenza del rumore ASE in uscita agli amplificatori, trascurando di conseguenza l'impatto della non linearità sulla banda effettiva B_M. In Figura 3, nei risultati ottenuti con il modello gaussiano il rumore all'uscita degli amplificatori è stato sviluppato su due differenti bande, B_M=80 e 160 GHz. Si osserva che l'impatto di B_M è significativo a bassi OSNR, cioè in situazioni di elevata non linearità, mentre ad alti OSNR si nota una convergenza asintotica di tutti i modelli. Tale convergenza è giustificata dal fatto che a grandi OSNR il rumore è effettivamente una piccola perturbazione, per cui l'impatto del PG può essere studiato tramite un'analisi lineare. Di conseguenza, la PDF del rumore rimane gaussiana lungo tutta la linea per tutti i modelli.



Figura 4: Penalità sul fattore Q vs. banda del filtro ottico normalizzata ad R. Simboli: simulazioni MMC. Curva continua: modello gaussiano ai piccoli segnali. $D_{tx}=16 \text{ ps/nm/km}, OSNR=9 \text{ dB/0.1nm}.$

In presenza di GVD il rumore subisce un PG circoscritto su di una banda finita, che di fatto gioca il ruolo di B_M . Una conferma dell'esistenza di tale banda proviene dalla Figura 4. Il sistema è a D_{tx} =16 ps/nm/km con velocità R=12.3 Gb/s, dispersione residua per tratta di 40 ps/nm e funzionante ad OSNR=9 dB/0.1 nm. Si è misurata con simulazioni MMC (asterischi) e con il modello gaussiano ai piccoli segnali (linea continua) la penalità sul fattore Q variando la banda B_O del filtro OBPF, normalizzata ad R. I filtri OBPF e LPF sono entrambi dei Bessel di ordine 5. La penalità è misurata nei confronti dell'assenza di propagazione in fibra. Come si nota la penalità decresce all'aumentare di B_O , a conferma del fatto che il rumore entrante il filtro ottico non è bianco, ma colorato su di una banda finita. Infatti, per $B_O > B_M$ il filtro OBPF include frequenze che non hanno subito guadagno parametrico, generando di conseguenza una minor penalità. Il modello ai piccoli segnali riproduce tale comportamento con un errore di 0.2 dB sulla penalty per piccole bande B_O .



Figura 5. (sinistra) Penalità sull'OSNR @ $BER=10^{-5}$ vs. fase non lineare Φ_{NL} . Simboli: simulazioni MMC. Curva continua: algoritmo KL con rumore gaussiano ai piccoli segnali. Sistema di 20 tratte con $D_{tx}=2$ ps/nm/km. (destra): svuotamento del segnale di pompa vs. fase non lineare.

Come analisi conclusiva si è testato l'impatto della rotazione di fase non lineare nel modello proposto ai piccoli segnali. La Figura 5 (sinistra) mostra la penalità sull'OSNR rispetto al sistema in assenza di propagazione e ad una BER=10⁻⁵. Il sistema ha D_{tx}=2 ps/nm/km, dispersione in linea nulla, R=10 Gb/s. Il ricevitore usa un OBPF integratore di banda B₀=20 GHz senza filtro elettrico LPF. Si osserva dalla Figura che il modello ai piccoli segnali cessa di funzionare per Φ_{NL} >0.5 rad, dove la forte non linearità cambia la PDF del segnale ottico dopo il filtro ottico. Una delle ragioni del fallimento può essere cercata nello svuotamento del segnale utile, come mostra la Figura 5 (destra) ottenuta tramite simulazione Monte Carlo. Tale svuotamento non è tenuto in conto dal modello gaussiano ai piccoli segnali.

4. Conclusioni

E' stato mostrato sia teoricamente che con tecniche multi-canoniche Monte Carlo come il filtro ottico al ricevitore e la dispersione della fibra influenzino la PDF del campo elettrico in presenza di rumore di fase non lineare. In particolare, si è mostrato come il segnale ottico dopo il filtro ottico possa essere assunto distribuito gaussiano e come esista una banda di guadagno parametrico del rumore in presenza di GVD.

Bibliografia

[1] J.-P. Gordon et al., Opt. Lett., vol. 15, pp. 1351-1353, Dec. 1990.

- [2] K.-Po Ho, J. Opt. Soc. Amer. B Opt. Phys., vol. 20, pp. 1875-1879, Sept. 2003.
- [3] A. Mecozzi, J. Opt. Soc. Amer. B Opt. Phys., vol. 11, pp. 462-469, Mar. 1994.
- [4] Y. Yadin et al., *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 17, pp. 1355-1357, June 2005.
- [5] A. Orlandini et al., in Proc. ECOC'06, paper Th 3.2.6, Cannes (France) (2006).
- [6] P. Serena et al., J. Lightw. Technol., vol. 24, pp. 2026-2037, May 2006.
- [7] R. Holzlöhner et al., Opt. Lett., vol. 28, pp. 1894-1896, Mar. 2003.