

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova intermedia del 24/11/2008

Tempo a disposizione: 2 ore

1. Un processo stocastico $n(t)$ stazionario e a media nulla ha densità spettrale di potenza $S_n(f)$ mostrata in Fig. 1.

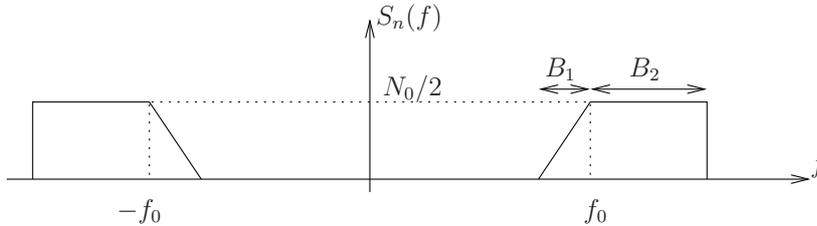


Figura 1:

- (a) Si calcoli la densità spettrale di potenza delle componenti in fase $n_c(t)$ e quadratura $n_s(t)$ di $n(t)$ rispetto alla frequenza f_0 .
- (b) Si dica se $n_c(t)$ e $n_s(t)$ sono incorrelati.
2. In un sistema di comunicazione analogico si trasmette un segnale $m(t)$ di potenza media $P_m = 0.5 \text{ V}^2$ e banda $B = 4 \text{ kHz}$ utilizzando la modulazione VSB. Il segnale modulato è ottenuto filtrando il segnale $m(t) \cos 2\pi f_0 t$ con un filtro la cui risposta in frequenza $H(f)$ è mostrata in Fig. 2, con $B_v = 1 \text{ kHz}$. Il canale introduce rumore additivo bianco con densità spettrale di

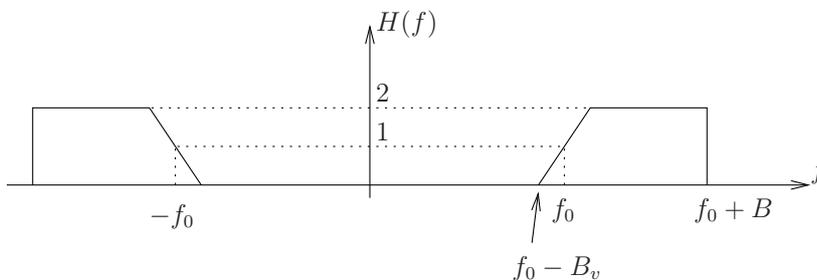


Figura 2:

potenza $N_0/2$, con $N_0 = 10^{-7} \text{ V}^2/\text{Hz}$.

- (a) Si dimostri che la componente in fase del segnale trasmesso è $m(t)$.
- (b) Si indichi un possibile schema di demodulatore progettando il filtro di front end e quello di post-rivelazione in modo da massimizzare i rapporti segnale-rumore all'ingresso e all'uscita del demodulatore.
- (c) Si calcoli il rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore.

Risultati e soluzione: <http://www.tlc.unipr.it/people/colavolpe>
oppure
<http://www.tlc.unipr.it/people/serena>

Soluzione:

1. Come è noto è

$$\begin{aligned} S_{n_i}(f) &= S_{n_q}(f) = \tilde{S}_n(f) + \tilde{S}_n(-f) \\ jS_{n_i n_q}(f) &= \tilde{S}_n(f) - \tilde{S}_n(-f) \end{aligned}$$

dove $\tilde{S}_n(f) = S_n(f + f_0)u(f + f_0)$ ed è mostrato in Fig. 3(a).

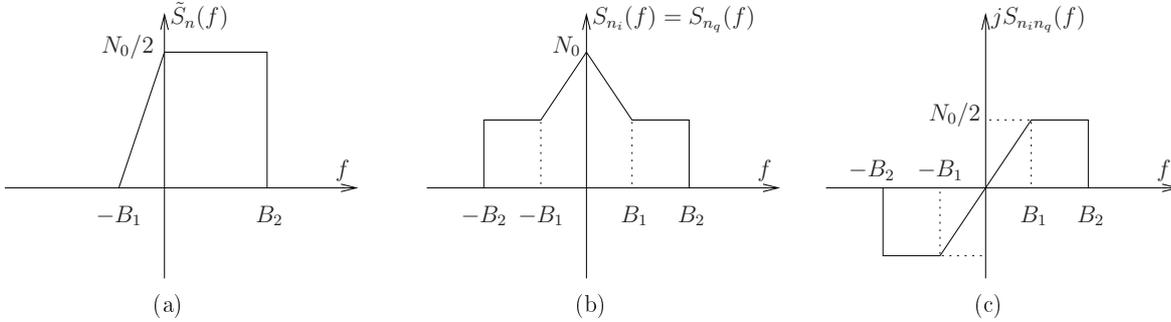


Figura 3:

- (a) La densità spettrale di potenza della componente in fase (che è uguale a quella della componente in quadratura) è mostrata in Fig. 3(b).
- (b) Poiché $S_{n_i n_q}(f) \neq 0$ (mostrata in Fig. 3(c)), le componenti in fase e quadratura sono correlate.

2. Indicando con $x(t)$ il segnale trasmesso (e cioè l'uscita del filtro $H(f)$), il suo equivalente passabasso può essere espresso in termini dell'equivalente passabasso del segnale $m(t) \cos 2\pi f_0 t$ (e cioè $\frac{1}{2}m(t)$) e dell'equivalente passabasso $\tilde{h}(t)$ della risposta impulsiva $h(t)$ del filtro $H(f)$:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \frac{1}{2}m(t) \otimes \tilde{h}(t) = \frac{1}{2}m(t) \otimes \frac{1}{2}[h_i(t) + jh_q(t)] \\ &= \frac{1}{4}m(t) \otimes h_i(t) + j\frac{1}{4}m(t) \otimes h_q(t). \end{aligned}$$

Essendo $\tilde{x}(t) = \frac{1}{2}(x_i(t) + jx_q(t))$ si ha:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= m(t) \otimes \frac{1}{2}h_i(t) \\ x_q(t) &= m(t) \otimes \frac{1}{2}h_q(t). \end{aligned}$$

- (a) Essendo $\tilde{H}(f) = H(f + f_0)u(f + f_0)$ (mostrato in Fig. 4(a)), possiamo calcolare facilmente $H_i(f)$ e $H_q(f)$ (mostrate rispettivamente in Fig. 4(b) e (c)) come

$$\begin{aligned} H_i(f) &= \mathcal{F} \{2\text{Re}(\tilde{h}(t))\} = \tilde{H}(f) + \tilde{H}^*(-f) \\ jH_q(f) &= \mathcal{F} \{2\text{Im}(\tilde{h}(t))\} = \tilde{H}(f) - \tilde{H}^*(-f). \end{aligned}$$

Osservando Fig. 4 si vede come sia

$$x_i(t) = m(t).$$

- (b) Il ricevitore è mostrato in Fig. 5. Il filtro $H_1(f)$ è un filtro passa banda ideale tra le frequenze $f_0 - B_v$ e $f_0 + B$. Tale filtro lascia passare inalterato il segnale ed elimina il rumore al di fuori della banda del segnale. Il rumore $n(t)$ risultante dal filtraggio avrà la densità spettrale di potenza $S_n(f)$ mostrata in Fig. 6. Il ricevitore estrae poi la componente in fase di segnale e rumore. All'uscita del ricevitore si ha quindi il segnale $m(t) + n_c(t)$. Il filtro $H_2(f)$ è pertanto un filtro passa basso di banda B .

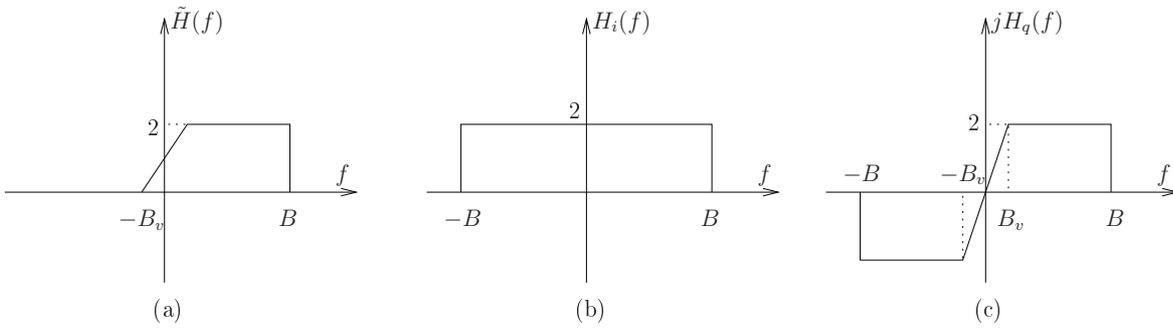


Figura 4:

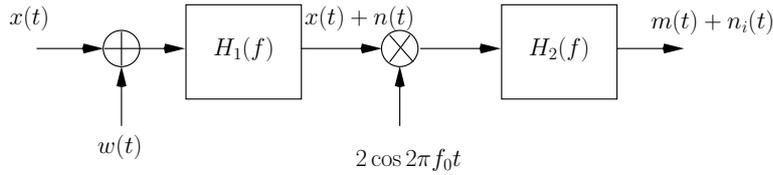


Figura 5:

(c) La densità spettrale di potenza di $n_i(t)$ si calcola come

$$S_{n_i}(f) = \frac{\tilde{S}_n(f) + \tilde{S}_n(-f)}{2}$$

dove $\tilde{S}_n(f) = 2S_n(f + f_0)u(f + f_0)$. $\tilde{S}_n(f)$ e $S_{n_i}(f)$ sono mostrate in Fig. 7(a) e (b) rispettivamente. Il rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore è quindi

$$\begin{aligned} S_u &= P_m \\ N_u &= N_0B + N_0B_v \\ \frac{S_u}{N_u} &= \frac{P_m}{N_0B + N_0B_v} = 1000 \text{ (30 dB)}. \end{aligned}$$

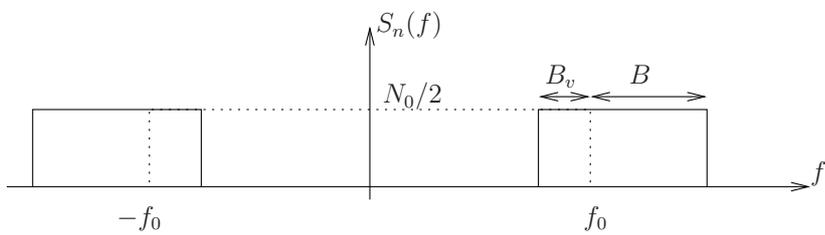


Figura 6:

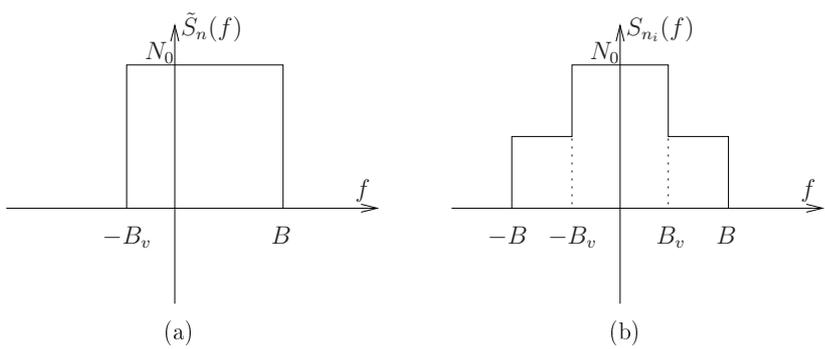


Figura 7: