COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

16/7/2008

Tempo a disposizione: 2 h

1. In un sistema di comunicazione, si utilizza una modulazione FM a banda larga con $f_0 = 10$ MHz e $f_\Delta = 250$ kHz per trasmettere un segnale $x(t)$ di banda $B = 8$ kHz. Il canale è ideale e introduce rumore additivo gaussiano bianco con densità spettrale di potenza $N_0/2$.

   (a) Si progetti il ricevitore ottimizzando la banda del filtro di front-end e quella del filtro di post-rivelazione in modo da massimizzare il rapporto segnale-rumore.

   (b) Si determini l'espressione della densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del demodulatore.

   (c) Si mostri come, in assenza di limitatore ed in presenza di rumore, sia impossibile la demodulazione del segnale.

2. Si vuole trasmettere un segnale analogico $s(t)$ di banda $B = 4$ kHz avendo a disposizione un canale in banda base di banda $B_{can} = 10$ kHz. Per far questo, il segnale $s(t)$ è campionato e quantizzato a $Q = 256$ livelli. Per la trasmissione si utilizza poi un segnale M-PAM con impulso avente spettro a radice di coseno rialzato con roll-off α e la trasmissione è effettuata su un canale che introduce rumore additivo gaussiano bianco con densità spettrale $N_0/2$, con $N_0 = 0.125$ V^2/Hz.

   (a) Si determinino α e M in modo da occupare tutta la banda B_c a disposizione.

   (b) Si calcoli la densità spettrale di potenza del segnale PAM trasmesso e se ne tracci un grafico.

   (c) Si ricavi la probabilità d'errore sul bit del ricevitore.

Soluzione e risultati: *http://www.tlc.unipr.it/people/colavolpe*

oppure

http://www.tlc.unipr.it/people/serena

Soluzione

1. Il segnale FM ha banda
$$B_{FM} \simeq 2(f_\Delta + 2B) = 532\,\text{kHz}$$
intorno alla frequenza f_0.

   (a) Il filtro di front-end deve essere un filtro passa-banda intorno alla frequenza f_0 e di banda B_{FM}. È seguito poi dal limitatore, dal derivatore e dal rivelatore di inviluppo. Infine si ha un filtro passa-basso di banda B.

   (b) Domanda di teoria. La densità spettrale di potenza del rumore in uscita sarà $\frac{4\pi^2 f^2 N_0}{A_0^2}$, dove A_0 è l'ampiezza della portante usata in trasmissione, nella banda B.

   (c) Domanda di teoria.

2. Campionando il segnale secondo Nyquist, la frequenza di campionamento è $F_c = 2B = 8$ kHz. Dal momento che per ogni campione vengono generati 8 bit, il tasso di informazione generato è $R_b = 8F_c = 64$ kb/s. L'intervallo di bit è quindi $T_b = 1/R_b$. Nell'ipotesi di utilizzo di una PAM M-aria, l'intervallo di segnalazione è $T = T_b \log_2 M$ e la banda occupata è $\frac{1+\alpha}{2T} = \frac{1+\alpha}{2T_b \log_2 M} = \frac{1+\alpha}{\log_2 M} 4F_c = \frac{1+\alpha}{\log_2 M} 8B$.

   (a) Vogliamo che sia
$$B_{can} = \frac{1+\alpha}{\log_2 M} 8B\,.$$
Tale condizione è verificata con le seguenti 3 coppie di valori di M e α:
$$\begin{array}{ll} M = 16 & \alpha = 0.25 \\ M = 32 & \alpha = 0.5625 \\ M = 64 & \alpha = 0.875 \end{array}$$
Scegliamo ad esempio il caso $M = 16$, $\alpha = 0.25$. In questo caso $T = 4T_b = 0.0625 \cdot 10^{-3}$ s.

   (b) La densità spettrale di potenza ha espressione
$$W_s(f) = \frac{W_s(f)}{T} |P(f)|^2$$
dove $P(f)$ è la trasformata di Fourier dell'impulso trasmesso. In questo caso di trasmissione PAM M-aria, nell'ipotesi di indipendenza dei simboli $\{a_k\}$ trasmessi, si ha
$$R_a(m) = E\{a_{k+m} a_k\} = \begin{cases} E\{a_k^2\} = \frac{M^2-1}{3} = 85 & m = 0 \\ E\{a_{k+m}\} E\{a_k\} = 0 & m \neq 0 \end{cases}$$
e quindi
$$W_s(f) = \frac{85}{T} |P(f)|^2$$

   (c) Domanda di teoria. Nell'ipotesi che l'impulso trasmesso $p(t)$ sia normalizzato in modo tale che $g(t) = p(t) \otimes p(-t)$ abbia $g(0) = 1$, si ha
$$P_b = \frac{2}{\log_2 M}\left(1 - \frac{1}{M}\right) \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{2}{N_0}}\right) = \frac{15}{32}\mathrm{Q}(4) = 1.48 \cdot 10^{-5}.$$