COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova del 23/02/2010 - Tempo a disposizione: 3 ore

1. Sia dato il seguente segnale passa banda:

$$x_c(t) = \cos(\omega_c + \omega_0)t + \frac{1}{2}\cos(\omega_c + 2\omega_0)t$$

   (a) Sapendo che $x_c(t)$ è la modulazione U-SSB ideale di un messaggio $x(t)$ con frequenza di portante pari a ω_c, si calcoli l'espressione di $x(t)$. (*Suggerimento: ragionare per via grafica nel dominio di Fourier).*

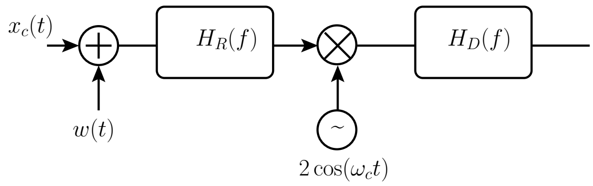

Figura 1: Ricevitore analogico.

   (b) $x_c(t)$ viene ricevuto con il demodulatore di Fig. 1, dove $w(t)$ è rumore bianco con densità spettrale di potenza bilatera pari a $N_0/2$. Sapendo che il filtro $H_R(f)$ è ideale e diverso da zero per $f_c < f < f_c + 2f_0$ e $-f_c - 2f_0 < f < -f_c$, il filtro $H_D(f)$ è passa basso di banda $2f_0$, si calcoli la potenza di rumore in uscita.

2. In un sistema di comunicazione digitale il segnale ricevuto ha espressione

$$r(t) = \sum_\ell a_\ell p(t - \ell T) + \sum_\ell b_\ell q(t - \ell T) + w(t)$$

in cui T è l'intervallo di segnalazione, i simboli a_ℓ e b_ℓ appartengono allo stesso alfabeto $\{\pm 1\}$ e sono equiprobabili ed indipendenti, gli impulsi $p(t)$ e $q(t)$ sono rispettivamente $p(t) = \mathrm{rect}(\frac{t-T/4}{T/2})$ e $q(t) = \mathrm{rect}(\frac{t-3T/4}{T/2})$, mentre $w(t)$ è rumore gaussiano bianco con densità spettrale di potenza $N_0/2$. Il ricevitore è mostrato in Fig. 2. In tale figura, il blocco DEC è un decisore a soglia con soglia zero.

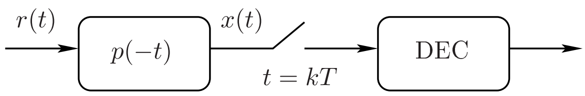

Figura 2: Ricevitore digitale.

   (a) Si dimostri che tale ricevitore è in grado di rivelare i simboli a_ℓ senza che ci sia alcuna interferenza da parte dei simboli b_ℓ.

   (b) Si calcoli la relativa probabilità d'errore.

1.

(a) $x_c(t)$ è ottenuto creando prima $x_{DSB}(t) = x(t)\cos(\omega_c t)$, ovvero la modulazione DSB di $x(t)$, ed in seguito togliendo la banda laterale inferiore a $x_{DSB}(t)$ (vedi $\times$ nello spettro di Fig. 3). Ricordando che per un segnale DSB sussiste la relazione:

$$X(f) = 2X_{DSB}(f + f_c)U(f + f_c)$$

con $U(f)$ segnale gradino, $X(f)$ assume la forma mostrata nella figura, per cui nel tempo risulta:

$$x(t) = 2\left(\cos(\omega_0 t) + \frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t)\right)$$

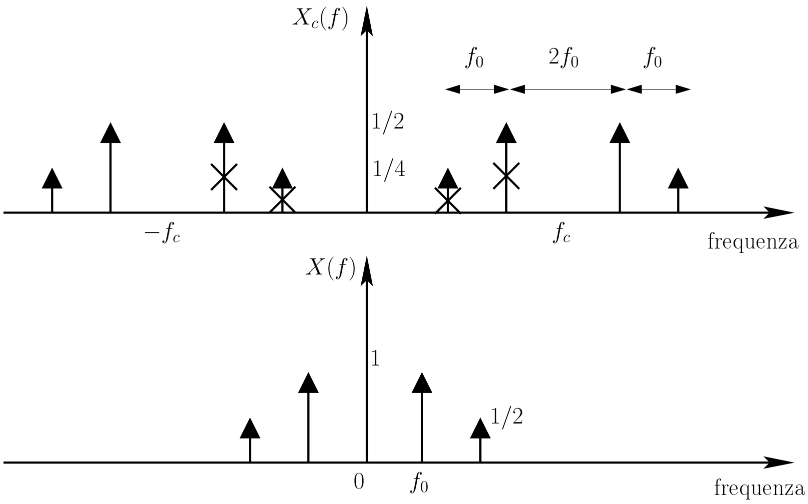

Figura 3: Figura in alto: spettro segnale DSB, U-SSB (DSB senza le delta di Dirac segnate con $\times$). Figura in basso: $X(f)$.

(b) Dopo il filtro $H_R(f)$ si ha un rumore passa-banda:

$$n(t) = n_i(t)\cos\omega_c t - n_q(t)\sin\omega_c t\,.$$

Il ricevitore riceve la parte in fase del segnale al suo ingresso, quindi in uscita arriva solo la componente di rumore in fase, $n_i(t)$. Come visto a lezione, tale componente ha densità spettrale di potenza pari a $\frac{N_0}{2}$ nella banda di $H_R(f)$ (pari a $2f_0$). La potenza di rumore è:

$$N_D = \frac{N_0}{2}2f_0 \cdot 2 = 2N_0 f_0\,.$$

2.

(a) Il segnale $x(t)$ dopo il filtro di front end può essere espresso come

$$x(t) = \sum_\ell a_\ell g(t - \ell T) + \sum_\ell b_\ell h(t - \ell T) + n(t)$$

avendo indicato $g(t) = p(t) \otimes p(-t)$, $h(t) = q(t) \otimes p(-t)$, $n(t) = w(t) \otimes p(-t)$. Il relativo campione all'istante kT è dunque

$$x(kT) = \sum_\ell a_\ell g(kT - \ell T) + \sum_\ell b_\ell h(kT - \ell T) + n(kT)\,.$$

È sufficiente quindi dimostrare che $\forall\ell$ intero relativo è $h(kT - \ell T) = 0$ e cioè che $\forall m$ intero relativo è $h(mT) = 0$. Effettuando la convoluzione per via grafica si trova che l'impulso $h(t)$ è quello mostrato in Fig. 4. Soddisfa quindi la proprietà menzionata.

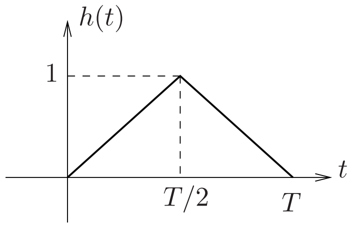

Figura 4: Impulso $h(t)$.

(b) Poiché il secondo segnale PAM dà un contributo nulla ai campioni all'uscita del filtro, si ha

$$x(kT) = \frac{T}{2} a_k + n(kT)\,.$$

L'esercizio si riduce quindi ad un esercizio già svolto a lezione. La probabilità d'errore sul bit sarà quindi

$$P_b = \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right)\,.$$