COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova del 19/07/2010 - Tempo a disposizione: 3 ore

1. Due segnali, $x_1(t)$ e $x_2(t)$ di banda $B = 15$ kHz e di uguale potenza media P_x, sono trasmessi contemporaneamente. A questo scopo, si modula in DSB, utilizzando la portante $A_2\cos(2\pi f_2 t + \theta_2)$, il segnale $x_2(t)$ ottenendo il segnale $x_{2,DSB}(t)$. Il segnale multiplato $x_M(t) = x_1(t) + x_{2,DSB}(t)$ viene poi modulato in FM, con deviazione di frequenza $f_\Delta = 100$ kHz e portante $A_0\cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$, e trasmesso su un canale che introduce rumore additivo bianco con densità spettrale di potenza $N_0/2$. Lo schema a blocchi del trasmettitore è mostrato in Fig. 1.

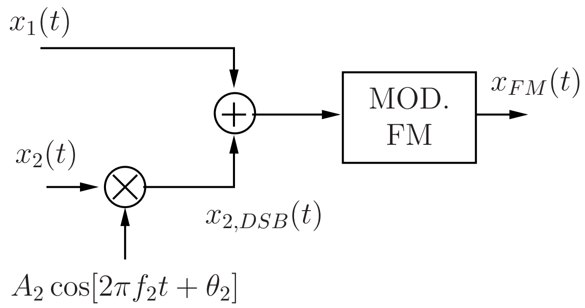

Figura 1:

   (a) Si determini il valore minimo di f_2 che assicura la non sovrapposizione degli spettri nella multiplazione. Si scelga poi f_2 in modo da avere una banda di guardia $B_g = 5$ kHz.
   (b) Si calcoli la banda del segnale FM.
   (c) Si disegni lo schema a blocchi di un demodulatore in grado di ricevere i segnali $x_1(t)$ e $x_2(t)$.
   (d) Si determini il valore dell'ampiezza A_2 in modo che il rapporto segnale-rumore all'uscita dei due rami del demodulatore sia lo stesso.

2. E' dato il ricevitore numerico di Fig. 2. Il segnale $x(t) = \sum_k a_k p(t - kT)$ è un segnale PAM con simboli $a_k \in \{0, 3\}$ i.i.d.. Il canale presenta risposta in frequenza:

$$H_c(f) = \begin{cases} 1/\sqrt{L} & |f| < 400\,\text{kHz} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Il filtro $H_R(f)$ è un filtro adattato all'impulso al suo ingresso che, nello schema di Fig. 2 , fornisce alla sua uscita un segnale PAM con impulso di supporto $g(t)$ pari ad un coseno rialzato con roll-off $\alpha = 0.8$ e $g(0) = 1$. $w(t)$ è un rumore AWGN con densità spettrale di potenza mono-latera pari a $N_0 = 10^{-4}$ V^2/Hz.

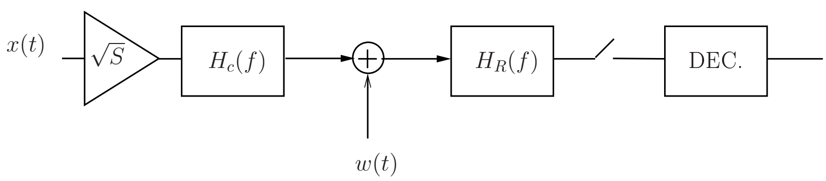

Figura 2:

   (a) calcolare $p(t)$ ed il massimo bit-rate $R = 1/T$ che garantiscono assenza di interferenza inter-simbolica;
   (b) Sapendo che il decisore presenta soglia di decisione pari a 1.5 V, si calcoli il valore del guadagno di potenza S (espresso in dB) tale per cui con $L = 10$ dB la probabilità di errore è $P_e = 10^{-4}$ con $P_r\{a_k \neq 0\} = P_r\{a_k \neq 3\}$ (si ricorda che $Q(3.75) = 10^{-4}$).

Soluzione:

1. Si supponga che gli spettri dei segnali $x_1(t)$ e $x_2(t)$ siano quelli mostrati in Fig. 3.

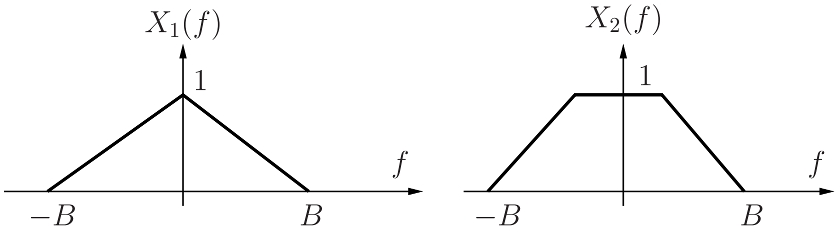

Figura 3:

(a) Dopo la modulazione, il segnale $x_{2,DSB}(t)$ occuperà la banda $f_2 - B \leq f \leq f_2 + B$. Pertanto, affinché nella multiplazione gli spettri non si sovrappongano, deve essere $f_2 - B \geq B$ e quindi $f_2 \geq 2B = 30$ kHz. Al fine di ottenere una banda di guardia B_g, bisogna scegliere invece $f_2 - B = B + B_g$ e quindi $f_2 = 2B + B_g = 35$ kHz. Il segnale multiplato avrà quindi banda

$$B_M = B + B_g + 2B = 50\,\text{kHz}\,.$$

Il suo spettro è mostrato in Fig. 4.

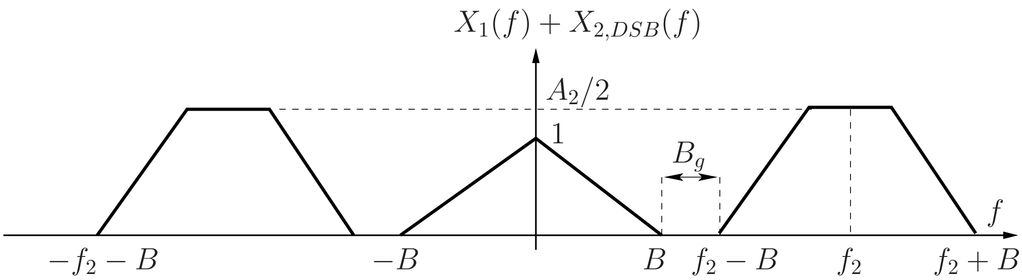

Figura 4:

(b) La banda del segnale FM è

$$B_{FM} = 2(f_\Delta + 2B_M) = 400\,\text{kHz}\,.$$

(c) La struttura del ricevitore è mostrata in Fig. 5. $H_1(f)$ è un filtro passabasso di banda B mentre $H_2(f)$ è un filtro passabanda di banda $2B$ intorno alla frequenza f_2.

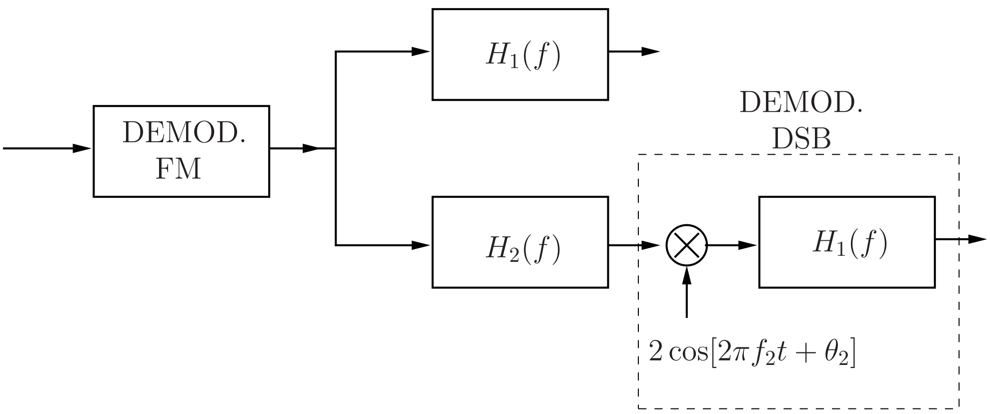

Figura 5:

(d) Come è noto, all'uscita del demodulatore FM si ha (supponendo l'ampiezza del limitatore $A_L = 1$ dal momento che il suo valore è ininfluente sul risultato finale)

$$2\pi f_\Delta x_M(t) + \frac{\dot{n}_s(t)}{A_0} = 2\pi f_\Delta x_1(t) + 2\pi f_\Delta A_2 x_2(t)\cos(2\pi f_2 t + \theta_2) + \frac{\dot{n}_s(t)}{A_0}$$

e $\frac{\dot{n}_s(t)}{A_0}$ ha densità spettrale di potenza $\frac{4\pi^2 f^2 N_0}{A_0^2}$. Pertanto, all'uscita del ramo superiore la potenza di segnale è $S_{u1} = 4\pi^2 f_\Delta^2 P_x$, mentre la potenza di rumore è

$$N_{u1} = \frac{4\pi^2 N_0}{A_0^2}\int_{-B}^{B} f^2 df = \frac{8\pi^2 N_0 B^3}{3A_0^2}.$$

Sul ramo superiore il rapporto è quindi

$$\frac{S_{u1}}{N_{u1}} = \frac{3 f_\Delta^2 P_x A_0^2}{2N_0 B^3}$$

Sul ramo inferiore, invece, all'ingresso del demodulatore DSB si ha

$$\begin{aligned} S_{i2} &= \frac{4\pi^2 f_\Delta^2 A_2^2 P_x}{2} \\ N_{i2} &= 2\frac{4\pi^2 N_0}{A_0^2}\int_{B+Bg}^{B_M} f^2 df = \frac{8\pi^2 N_0}{A_0^2}\frac{{B_M}^3 - (B+B_g)^3}{3} \end{aligned}$$

e poiché all'uscita del demodulatore DSB è $\frac{S_{u2}}{N_{u2}} = 2\frac{S_{i2}}{N_{i2}}$, è

$$\frac{S_{u2}}{N_{u2}} = \frac{3 f_\Delta^2 P_x A_0^2 A_2^2}{2N_0[B_M^3 - (B+B_g)^3]}.$$

Pertanto, affinché il rapporto segnale-rumore sia uguale sui due rami, deve essere

$$\frac{A_2^2}{[B_M^3 - (B+B_g)^3]} = \frac{1}{B^3} \quad \Rightarrow \quad A_2 = \sqrt{\frac{B_M^3 - (B+B_g)^3}{B^3}} = 5.89\,\text{V}.$$

2. Sia $g(t) \longleftrightarrow G(f)$ l'impulso di supporto all'uscita del filtro $H_R(f)$.

   (a) Siccome $\sqrt{S}P(f)H_c(f)H_R(f) = G(f)$ e $H_R(f)$ è un filtro adattato, si deduce che $P(f)$ è un impulso con spettro a radice di coseno rialzato. Quindi per garantire la massima velocità di segnalazione R deve valere la seguente:

   $$\frac{R}{2}(1+\alpha) = B$$

   con $B = 400$ kHz. Risulta $R = 444.4$ kHz.

   (b) Utilizzando il filtro adattato $H_R(f) = P^*(-f)$, il segnale ricevuto risulta:

   $$y(t_k) = a_k\sqrt{\frac{S}{L}}g(0) + n_k$$

   con $g(0) = \int |P(f)|^2 df = E_p = 1$. La probabilità di errore risulta:

   $$P_e = P_r\left(3\sqrt{\frac{S}{L}} + n_k < 1.5|a_k = 3\right) = Q\left(\frac{3\sqrt{\frac{S}{L}} - 1.5}{\sigma}\right)$$

   con $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}\int |H_R(f)|^2 df = \frac{N_0}{2}\int |P(f)|^2 df = \frac{N_0}{2}$. Quindi:

   $$\frac{\left(3\sqrt{\frac{S}{L}} - 1.5\right)}{\sqrt{\frac{N_0}{2}}} = 3.75$$

   per cui $S \cong 4.1$ dB.