COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova del 06/09/2010 - Tempo a disposizione: 3 ore

1. Si consideri lo schema di trasmissione analogica mostrato in Fig. 1. Il segnale $x(t)$ da trasmettere ha banda $B = 15$ kHz, mentre il modulatore FM è caratterizzato da una deviazione di frequenza $f_\Delta = 100$ kHz e ampiezza $A_0 = 10$ V. Il canale introduce rumore additivo gaussiano bianco $w(t)$ con densità spettrale di potenza $N_0/2$ con $N_0 = 10^{-10}$ V^2/Hz. Il limitatore utilizzato nel demodulatore FM limita al valore $A_L = 1$ V.

   (a) Nell'ipotesi che sia $H_1(f) = H_2(f) = 1$, si calcoli la densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del ricevitore e la potenza di rumore sulla banda B.

   (b) Si dica come devono essere scelti i filtri $H_1(f)$ e $H_2(f) = 1/H_1(f)$ affinché lo schema corrisponda ad un sistema di trasmissione PM con deviazione di fase $\phi_\Delta = \pi/2$.

   (c) nelle condizioni del punto b), si calcoli la densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del ricevitore e la potenza di rumore sulla banda B.

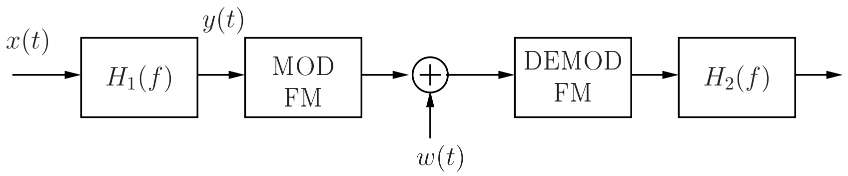

Figura 1:

2. SI consideri lo schema mostrato in Fig. 2. Il segnale $x(t) = \sum_k a_k p(t - kT)$ è un segnale PAM con simboli $a_k \in \{-0.5, 0.5\}$ indipendenti ed equiprobabili e impulso di supporto $p(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t}{dT}\right)$ con d duty cycle. Il blocco τ è un ritardo pari a τ secondi. Il filtro $h(t)$ è un filtro adattato all'impulso $p(t)$ pari a $p(\frac{T}{2} - t)$. $w(t)$ è un rumore AWGN con densità spettrale di potenza bi-latera pari a $N_0/2$, con $N_0 = 10^{-5}$ V^2/Hz.

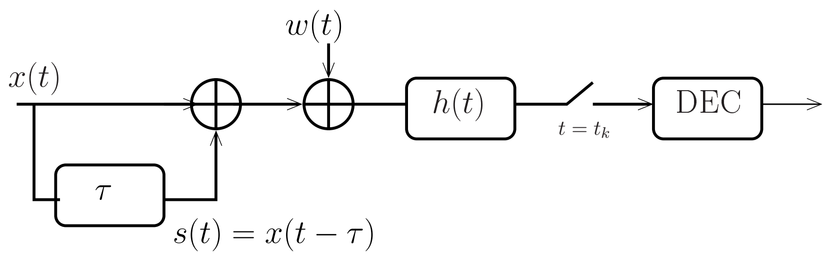

Figura 2:

   (a) calcolare i valori di τ tali per cui il segnale campionato è indipendente dal segnale $s(t)$;

   (b) calcolare l'istante ottimo di campionamento nelle ipotesi del punto precedente e si dimensioni il decisore ottimo "DEC";

   (c) sapendo che la potenza del rumore campionato è $\sigma^2 = 2 \cdot 10^{-10}$ V^2 si calcoli il valore della probabilità di errore con un qualunque τ che soddisfi le richieste del punto a) (si utilizzi l'approssimazione $Q(x) \cong \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$).

Soluzione:

1.

(a) Domanda di teoria. La densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del demodulatore FM è pari a

$$\frac{N_0}{A_0^2} 4\pi^2 f^2$$

e quindi la potenza di rumore è

$$N_u = \int_{-B}^{B} \frac{N_0}{A_0^2} 4\pi^2 f^2 \, df = \frac{8\pi^2 N_0 B^3}{3A_0^2} = 88.83\,\mathrm{V}^2 (19.48\text{ dB})$$

(b) Indicando con $y(t)$ il segnale all'ingresso del modulatore FM, il segnale alla sua uscita è

$$A_0 \cos[2\pi f_0 t + 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^{t} y(\tau)\, d\tau] \, .$$

Vogliamo che tale segnale sia pari a

$$A_0 \cos[2\pi f_0 t + \phi_\Delta x(t)]$$

e pertanto deve essere

$$2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^{t} y(\tau)\, d\tau = \phi_\Delta x(t) \, .$$

Derivando ambo i membri si ha

$$y(t) = \frac{\phi_\Delta}{2\pi f_\Delta} \frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{4 \cdot 10^5} \frac{dx(t)}{dt}$$

da cui

$$H_1(f) = \frac{\phi_\Delta}{2\pi f_\Delta} j2\pi f = \frac{1}{H_2(f)} \, .$$

(c) In questo caso, la densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del ricevitore sarà

$$\frac{N_0}{A_0^2} 4\pi^2 f^2 |H_2(f)|^2 = \frac{N_0}{A_0^2} \left(\frac{2\pi f_\Delta}{\phi_\Delta} \right)^2$$

e la potenza di rumore sarà quindi

$$\int_{-B}^{B} \frac{N_0}{A_0^2} \frac{2\pi f_\Delta}{\phi_\Delta} \, df = \frac{N_0}{A_0^2} \left(\frac{2\pi f_\Delta}{\phi_\Delta} \right)^2 2B$$

2.

(a) Il segnale dopo il filtro $h(t)$ è:

$$y(t) = \sum_k a_k \left[g(t - kT) + g(t - kT - \tau) \right]$$

con $g(t) = p(t) \otimes p(\frac{T}{2} - t)$ mostrato in Fig. 3 insieme a $g(t - T)$. Affinchè l'uscita non risenta di $s(t)$ occorre che:

$$\frac{T}{2} - dT + \tau \geq \frac{T}{2}$$
$$\frac{T}{2} + dT + \tau \leq \frac{T}{2} + T$$

quindi:

$$dT \leq \tau \leq T - dT$$

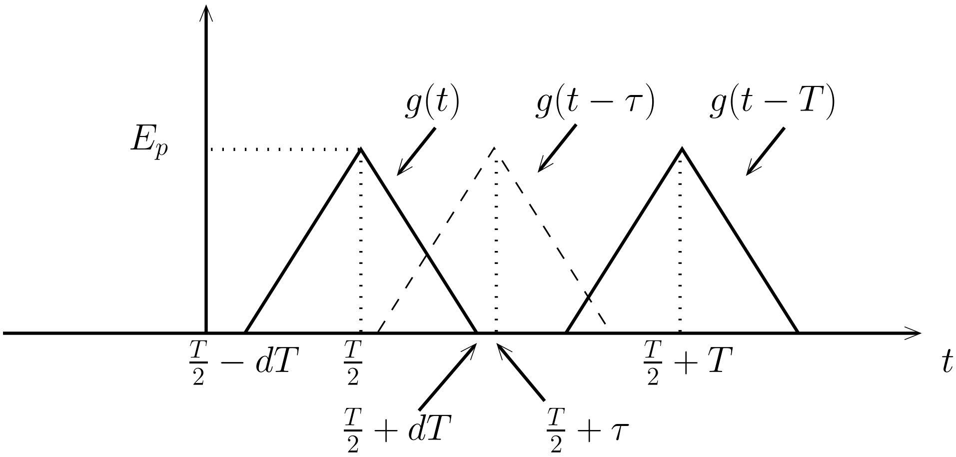

Figura 3:

(b) Dalla Fig. 3 si deduce che l'istante ottimo di campionamento per estrarre il simbolo k-esimo è $t_k = kT + \frac{T}{2}$. Il decisore ottimo è un decisore a soglia con soglia di decisione pari a 0.

(c) Il segnale campionato è:

$$y_k = a_k g(\frac{T}{2}) + n_k$$

con $g(\frac{T}{2}) = E_p$. La varianza di n_k è:

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2}\int h^2(t)dt = \frac{N_0}{2}E_p$$

Essendo l'energia media per bit pari a $E_b = E_p/4$, la probabilità di errore è:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{N_0^2}}\right) \cong 0.1$$