

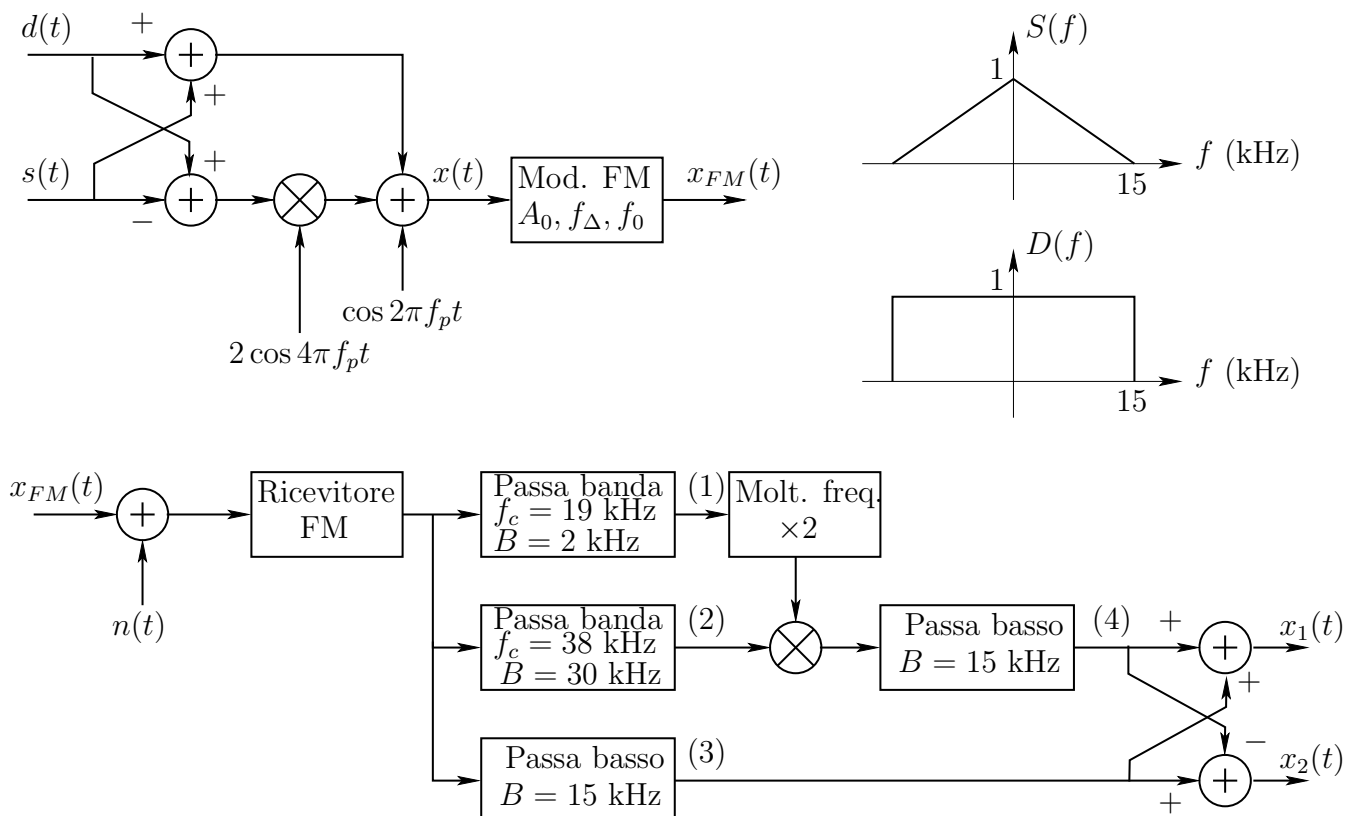
COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica, Ingegneria Informatica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Verifica intermedia del 29/11/2002

In figura sono riportati il trasmettitore ed il ricevitore per la trasmissione FM di segnali stereofonici e le trasformate continue di Fourier dei segnali $d(t)$ (relativo al canale destro) e $s(t)$ (relativo a quello sinistro). Tali segnali sono dapprima opportunamente combinati come descritto in figura, quindi trasmessi in modulazione FM insieme ad una oscillazione non modulata a frequenza $f_p = 19$ kHz. L'ampiezza della portante utilizzata dal modulatore FM sia $A_0 = 10$ V mentre la deviazione massima di frequenza sia $f_\Delta = 100$ kHz. Il canale introduce rumore $n(t)$ additivo gaussiano bianco con densità spettrale di potenza $N_0/2$.

1. Si disegni lo spettro del segnale $x(t)$.
2. Si calcolino la potenza media e la banda del segnale FM.
3. Si disegni lo schema a blocchi del ricevitore FM spiegando **sinteticamente** la funzione dei singoli blocchi.
4. Nell'ipotesi che sia $N_0 = 10^{-6}$ V²/Hz e che la soglia del ricevitore FM sia di 15 dB, si calcoli il rapporto segnale-rumore all'ingresso del ricevitore FM verificando che il ricevitore lavori sopra soglia.
5. Si calcoli il minimo valore dell'ampiezza A_0 della portante utilizzata dal modulatore FM che assicura il superamento della soglia.
6. Si **calcoli** la densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del ricevitore FM nell'ipotesi che l'ampiezza del limitatore, che compone il demodulatore FM, sia $A_L = 1$ V.
7. Si calcoli la potenza di rumore nei punti (1), (2) e (3) indicati in figura.
8. Nell'ipotesi di assenza di rumore, si esprimano i segnali di uscita $x_1(t)$ e $x_2(t)$ in funzione dei segnali di ingresso $d(t)$ e $s(t)$.



Risultati e soluzione: <http://www.tlc.unipr.it/people/colavolpe>

Soluzione:

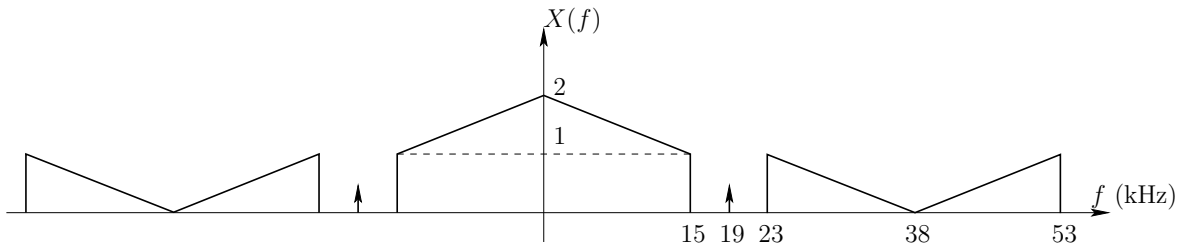
1. Il segnale $x(t)$ ha espressione

$$x(t) = [d(t) + s(t)] + \cos 2\pi f_p t + 2[d(t) - s(t)] \cos 4\pi f_p t.$$

Trasformando si ottiene lo spettro di $x(t)$

$$X(f) = D(f) + S(f) + \frac{1}{2}\delta(f - f_p) + \frac{1}{2}\delta(f + f_p) + D(f - 2f_p) - S(f - 2f_p) + D(f + 2f_p) - S(f + 2f_p)$$

che è mostrato in figura. Come si può osservare, la banda del segnale $x(t)$ è $B_x = 53$ kHz.

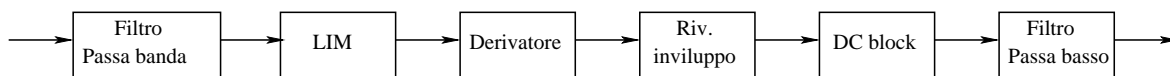


2. La potenza media e la banda del segnale FM sono rispettivamente

$$P_{FM} = \frac{A_0^2}{2} = 50 \text{ V}^2$$

$$B_{FM} \simeq 2(f_\Delta + 2B_x) = 412 \text{ kHz}.$$

3. Lo schema a blocchi del ricevitore FM è mostrato nella seguente figura.



- Il filtro passa banda, di banda B_{FM} e frequenza centrale f_0 , lascia passare inalterato il segnale FM ed elimina le componenti di rumore al di fuori della banda del segnale.
- Il limitatore elimina le fluttuazioni dell'ampiezza del segnale al suo ingresso dovute al rumore.
- Il derivatore effettua la conversione FM-AM e cioè estrae l'informazione che è contenuta nella fase del segnale al suo ingresso e la attribuisce all'ampiezza del segnale alla sua uscita.
- Il rivelatore di inviluppo estrae l'informazione che è ora contenuta nell'ampiezza del segnale (oltre che nella sua fase istantanea).
- Il DC block elimina la componente continua.
- Il filtro passa basso elimina le componenti di rumore residuo al di fuori della banda del segnale modulante.

4. Il rapporto segnale rumore all'ingresso del ricevitore FM (ma dopo il filtro passa banda di front-end) è

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{A_0^2/2}{N_0 B_{FM}} \simeq 121.36 \text{ (20.84 dB)}.$$

5. Il minimo valore di A_0 che assicura il superamento della soglia (di 15 dB, corrispondente ad un rapporto segnale-rumore pari a 31.62) è

$$A_0 = \sqrt{31.62 \cdot 2 \cdot B_{FM} N_0} \simeq 5.1 \text{ V}.$$

6. Poiché il rapporto segnale-rumore all'ingresso del ricevitore FM è $S_i/N_i \gg 1$, la fase del segnale all'uscita del limitatore può essere espressa come (si veda il diagramma fasoriale illustrato a lezione)

$$\phi_v(t) = \phi(t) + \arctan \frac{A_n(t) \sin[\phi_n(t) - \phi(t)]}{A_0 + \cos[\phi_n(t) - \phi(t)]} \simeq \phi(t) + \frac{n_s(t)}{A_0}$$

dove $\phi(t) = 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$, $A_n(t)$ e $\phi_n(t)$ sono rispettivamente il modulo e la fase dell'involuppo complesso del rumore passa banda all'uscita del filtro di front-end, mentre $n_s(t)$ è la sua componente in quadratura. Dopo il blocco che elimina la continua, nell'ipotesi che sia $A_L = 1$ V, si ottiene il segnale

$$y(t) = 2\pi f_\Delta x(t) + \frac{1}{A_0} \frac{dn_s(t)}{dt}$$

e pertanto la densità spettrale del rumore all'uscita del filtro passa basso di banda B_x è

$$S_n(f) = \begin{cases} \frac{4\pi^2 N_0}{A_0^2} f^2 & \text{per } |f| \leq B_x \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

7. Le potenze di rumore nei punti (1), (2) e (3) sono rispettivamente

$$\begin{aligned} N_1 &= 2 \int_{18 \text{ kHz}}^{20 \text{ kHz}} S_n(f) df \simeq 5.7 \cdot 10^5 \text{ V}^2 \\ N_2 &= 2 \int_{23 \text{ kHz}}^{53 \text{ kHz}} S_n(f) df \simeq 3.6 \cdot 10^7 \text{ V}^2. \\ N_3 &= 2 \int_{0 \text{ kHz}}^{15 \text{ kHz}} S_n(f) df \simeq 8.8 \cdot 10^5 \text{ V}^2 \end{aligned}$$

Come si può osservare, l'andamento parabolico della densità spettrale di potenza fa sì che la potenza in (2) sia molto maggiore della potenza in (3).

8. In assenza di rumore, nei punti (1), (2) e (3) si hanno i segnali (normalizzando i segnali dividendoli per $2\pi f_\Delta$)

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \cos 2\pi f_p t \\ y_2(t) &= 2[d(t) - s(t)] \cos 4\pi f_p t. \\ y_3(t) &= [d(t) + s(t)] \end{aligned}$$

Pertanto nel punto (4) si ha il segnale

$$y_4(t) = [d(t) - s(t)]$$

e quindi

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y_3(t) + y_4(t) = 2d(t) \\ x_2(t) &= y_3(t) - y_4(t) = 2s(t). \end{aligned}$$