

# STUDIO ANALITICO E SPERIMENTALE DELL'IMPATTO DEL XPM SUL GRADO DI POLARIZZAZIONE (DOP) IN SISTEMI WDM

Armando Vannucci, Alberto Bononi e Alessandra Orlandini

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, Università degli Studi di Parma, 43100 Parma  
Tel.: +39-0521905743 Fax: +39-0521905758 email: vannucci@tlc.unipr.it

Erwan Corbel, Jean-Pierre Thiéry, Stéphanie Lanne e Sébastien Bigo  
Alcatel Research & Innovation, Route de Nozay, 91460 Marcoussis, France

**Abstract:** We derive a closed-form expression for the DOP of polarized signals affected by XPM, in a modulated pump-probe scheme. Results are checked against simulations and experiments on a dispersion managed 3x100km link.

**Introduzione:** Il funzionamento di molti sistemi di compensazione ottica per la dispersione modale di polarizzazione (*Polarization Mode Dispersion*, PMD) è basato sulla misura del grado di polarizzazione (*Degree Of Polarization*, DOP) del canale fotorivelato: il DOP viene utilizzato come segnale di retroazione del compensatore e la sua massimizzazione mira a contrastare gli effetti di depolarizzazione introdotti dalla PMD. In regime di propagazione non lineare, vi è un effetto di depolarizzazione del segnale dovuto all'intermodulazione di fase (*Cross Phase Modulation*, XPM), indotto dagli altri canali multiplati in lunghezza d'onda (*Wavelength Division Multiplex*, WDM), che si presenta anche qualora la fibra di propagazione non sia affetta da PMD.

L'obiettivo del presente lavoro è la quantificazione del degrado subito dal DOP a causa del XPM: deriveremo un'espressione per il DOP, in forma chiusa, che rende conto della ridotta efficacia dei sistemi di compensazione di PMD detti. I risultati di tale espressione saranno confrontati con misure di laboratorio del DOP, per un sistema multicanale terrestre 3x100km. Misure che quantificano l'impatto sistemistico del degrado del DOP su sistemi con compensazione ottica della PMD, sono riportate in [1].

L'analisi della propagazione non lineare di un multiplex WDM, operata attraverso l'equazione di Manakov [2], evidenzia un cambiamento dello stato di polarizzazione (*State Of Polarization*, SOP) di ciascun canale, dovuto al XPM, anche in assenza di PMD. Come è stato notato in [2], se il *walk-off* tra i vari canali è sufficientemente grande allora tale cambiamento del SOP è indipendente dal tempo e quindi non vi è alcun degrado del DOP di ciascun canale. Al contrario, in condizioni di *walk-off* limitato, la modulazione presente su un canale induce sugli altri un cambiamento di SOP variabile nel tempo, quindi un degrado del DOP. Collings e Boivin hanno analizzato in [3] il caso di propagazione a due canali (*pump and probe*, pompa e segnale), dimostrando che, per canali continui (*Continuous Wave*, CW), i vettori di Stokes della pompa  $\underline{p}(z,t)$  e del segnale  $\underline{s}(z,t)$  evolvono in  $z$  ruotando intorno ad un asse vettoriale fisso  $\underline{m}=\underline{p}(z)+\underline{s}(z)$ , dato dalla loro somma. A rigore, quando si introduce la modulazione sui canali, non si può più assumere che l'asse di rotazione sia fisso, a meno che il *walk-off* non sia nullo.

Svilupperemo, in questa sede, una teoria semplificata, che tenga conto sia della modulazione che del *walk-off* tra i canali, ma assumendo l'invarianza, in  $z$ , dell'asse di rotazione  $\underline{m}(t)=\underline{p}(z,t)+\underline{s}(z,t)$ , per la valutazione del DOP di segnale quando pompa e segnale si propagano in una fibra con PMD trascurabile. L'effetto della PMD può essere tenuto in conto nella teoria come un fenomeno di *mixing* [2] dei SOP di pompa e segnale, ovvero una variazione casuale dell'angolo compreso tra i due vettori di Stokes che li rappresentano: i risultati riportati in [1] sono coerenti con questa interpretazione.

**Teoria:** Assumiamo di lanciare in una fibra di trasmissione due campi, uno di pompa e uno di segnale, completamente polarizzati ed entrambi modulati OOK, le cui potenze di picco siano  $P_p$  e  $P_s$ . Sia  $\theta$  l'angolo tra i vettori di Stokes che rappresentano la polarizzazione dei due campi. Secondo l'equazione di propagazione di Manakov [3], l'interazione locale dei due campi è tale che: i) se un bit "1" è presente su entrambi, i loro vettori di Stokes ruotano intorno all'asse  $\underline{m}$ ; ii) se su almeno uno dei due campi è presente il bit "0", la rotazione cessa. Focalizziamo l'attenzione sul

vettore di Stokes  $\underline{s}(z)$ , rappresentativo del segnale ad una certa posizione  $z$ : l'effetto della dispersione cromatica è tale che il campo di segnale "vede slittare" il campo di pompa (effetto di *walk-off*), il quale *attiva e disattiva* la rotazione di  $\underline{s}(z)$  intorno all'asse  $\underline{m}$ , secondo la sequenza di bit che modula la pompa [4]. All'uscita della fibra,  $z=L$ , l'angolo di cui il segnale è ruotato attorno all'asse può essere ottenuto dall'equazione di Manakov:

$$\Psi(t) = \frac{8}{9} \gamma P_m \int_0^L e^{-\alpha z} p(t - D_c \Delta \lambda_{sp} z) dz \quad (1)$$

dove  $\gamma$  è il coefficiente non lineare,  $\alpha$  l'attenuazione,  $D_c$  è la dispersione cromatica,  $\Delta \lambda_{sp}$  è la spaziatura tra i canali,  $P_m = |\underline{m}| = \sqrt{P_p^2 + P_s^2 + 2P_p P_s \cos \theta}$  è la potenza di picco relativa all'asse di rotazione e  $p(t)$  rappresenta l'ampiezza della pompa, normalizzata, modulata dalla sequenza di bit della pompa stessa.

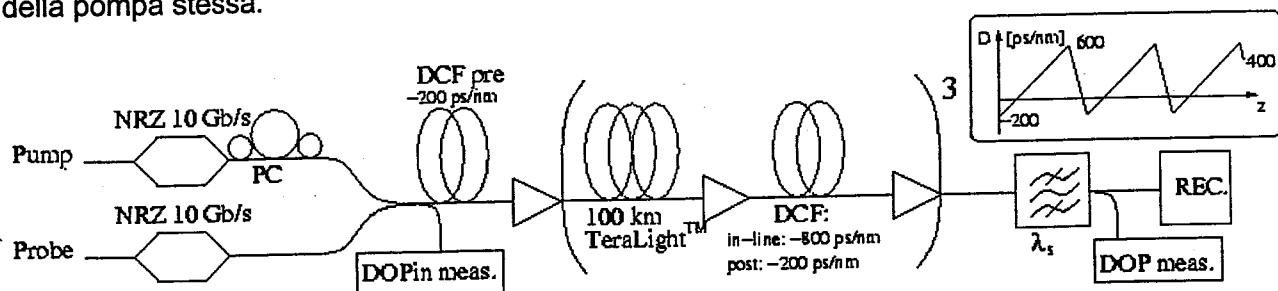


Fig. 1 Set-up sperimentale per la misura del DOP del segnale, in uscita, in funzione del grado di polarizzazione complessivo DOP( $\theta$ ) di pompa e segnale, in ingresso. Nell'inserto, è mostrata la mappa di dispersione adottata.

La media temporale dell'angolo  $\psi(t)$ , che risulta proporzionale alla lunghezza efficace della fibra, è pari a  $\langle \psi(t) \rangle = (8/9) \gamma P_m L_{eff} / 2$  e determina il SOP medio (temporale) del segnale. Senza perdita di generalità, scegliamo un sistema di riferimento, nello spazio di Stokes, in modo che la seconda componente di tale SOP medio sia nulla e l'asse di rotazione sia allineato col terzo asse coordinato  $\hat{s}_3$ . Possiamo dunque esprimere il SOP del segnale (probe) in uscita dalla fibra, che è variabile nel tempo, come  $\hat{s}(t) = [\sin \theta_s \cos \Delta \psi(t); \sin \theta_s \sin \Delta \psi(t); \cos \theta_s]$ , dove  $\theta_s$  è l'angolo relativo di polarizzazione tra il segnale e l'asse  $\underline{m}$ , che può a sua volta essere calcolato a partire da  $\theta$  e dal rapporto delle potenze di picco di pompa e segnale,  $PR = P_p / P_s$ , secondo la  $\theta_s = \theta - \text{atan}(\sin \theta / (PR + \cos \theta))$ . Lo scostamento angolare del SOP di segnale dalla sua posizione media,  $\Delta \psi(t) = \psi(t) - \langle \psi(t) \rangle$  può essere calcolato dalla (1), sostituendo  $p(t)$  con  $\Delta p(t) = p(t) - 1/2 \in [-1/2; 1/2]$ . Il DOP del segnale in uscita è definito come il modulo del valor medio temporale del versore rappresentante il SOP di segnale:

$$DOP = |\langle \hat{s}(L, t) \rangle| = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_s \{1 - \langle \cos \Delta \psi(t) \rangle^2 - \langle \sin \Delta \psi(t) \rangle^2\}} \quad (2)$$

Quindi, il nostro problema si riduce al calcolo delle medie temporali presenti nella (2). Supponiamo ora che una stringa di  $k$  "1" consecutivi si presenti nella sequenza di bit che modula la pompa; per valutare l'effetto di tale stringa su  $\Delta \psi(t)$ , assumiamo che la pompa sia modulata da una sequenza periodica che alterna  $k$  "1" seguiti da  $k$  "0" e così via. Il segnale  $\Delta p(t)$  che ne risulta è periodico e antisimmetrico, con periodo  $2kT$ , dove  $T$  è l'intervallo di bit. Possiamo semplicemente calcolare l'angolo  $\Delta \psi(t)$  dalla (1), se approssimiamo  $\Delta p(t)$  con la prima armonica del suo sviluppo in serie di Fourier:  $\Delta p(t) \cong (4/\pi) \sin(\omega_0 t/k)/2$ , dove  $\omega_0 = \pi/T$  è la pulsazione relativa alla sequenza di bit 101010... Si noti che l'integrale in (1) è la convoluzione tra l'ampiezza della pompa normalizzata  $p(t)$  con la risposta di un *filtro di walk-off* [5]  $H(\omega)$ , la cui risposta in ampiezza può essere ritenuta con ottima approssimazione pari a  $|H(\omega)| = [\alpha^2 + (\omega D_c \Delta \lambda_{sp})^2]^{-1/2}$  per fibre sufficientemente lunghe ( $L \gg 1/\alpha$ ) [5]. Si ottiene quindi  $\Delta \psi(t) = (8/9) \gamma P_m |H(\omega_0/k)| (4/\pi) \sin(\omega_0 t/k + \phi_0)/2$ . Per valutare le medie temporali in (2), possiamo espandere  $\cos \Delta \psi(t)$  e  $\sin \Delta \psi(t)$  in serie di Fourier. Se la media temporale è valutata su un intervallo molto maggiore di  $2kT$ , si ottiene  $\langle \sin \Delta \psi(t) \rangle = 0$  e  $\langle \cos \Delta \psi(t) \rangle = J_0(\Delta \psi_M(k))$ , dove  $J_0$  è la funzione di Bessel di primo tipo e di ordine zero, e  $\Delta \psi_M(k) = (8/9) \gamma P_m |H(\omega_0/k)| (4/\pi)/2$  è la massima rotazione angolare del SOP di segnale.

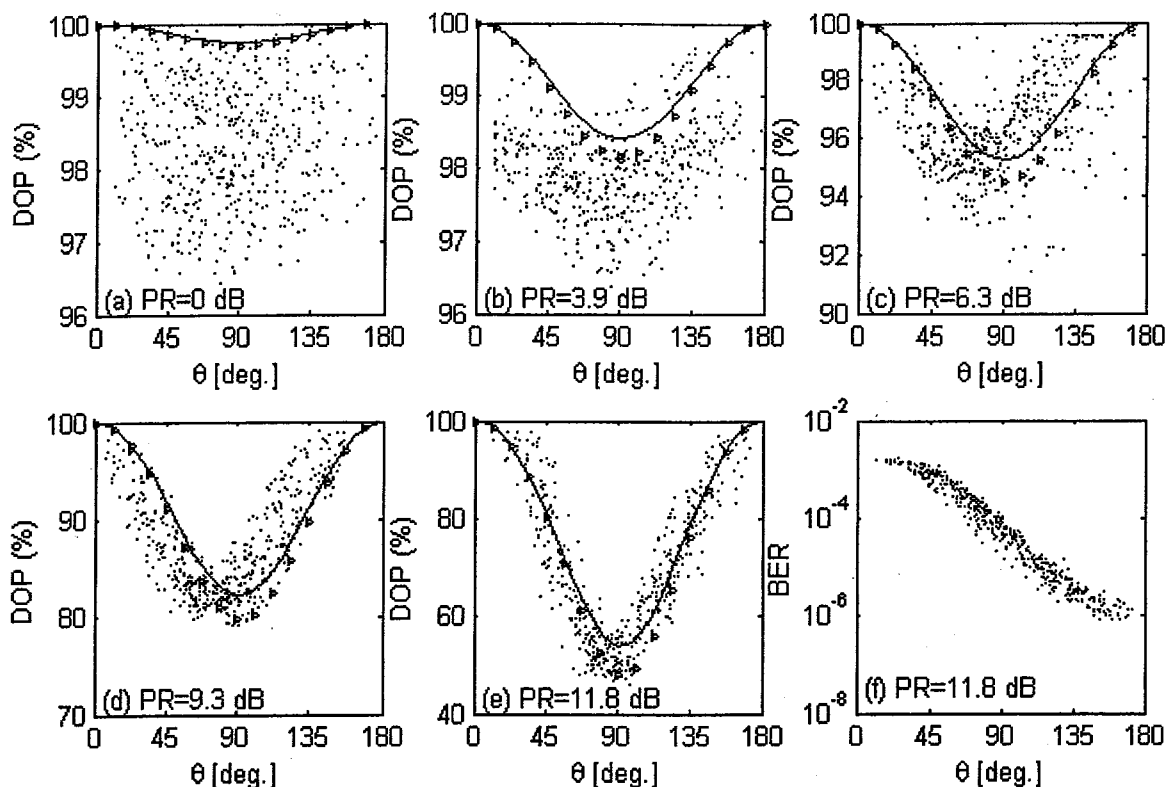


Fig. 2 (a-e) DOP del segnale (probe) di uscita, dopo 3 tratte, in funzione dell'angolo relativo di polarizzazione in ingresso  $\theta$ , per diversi rapporti di potenza (PR): misure (punti), simulazioni (triangoli) e teoria (equazione (3)) (linee continue).

Naturalmente, quando la pompa è modulata da una sequenza di bit pseudo-casuale (*pseudo random bit sequence*, PRBS), dovremmo considerare tutte le possibili stringhe di n "1" seguiti da l "0" ( $n, l=1 \dots \infty$ ): la probabilità di occorrenza di una tale sottosequenza, in una PRBS non codificata,

è pari a  $\frac{1}{2^{n+l}}$  [6]. Attraverso un ragionamento euristico, basato sulla ergodicità del processo  $\Delta\psi(t)$ ,

possiamo ridurre il calcolo del valor medio  $\langle \cos \Delta\psi(t) \rangle$  prodotto da tali sottosequenze *asimmetriche*, ad una espressione che tenga conto delle sole sequenze *simmetriche* di k zeri seguiti da k uni, con pesi probabilistici opportunamente modificati: omettiamo, per brevità, i dettagli di tale ragionamento. Nel calcolo della media, si ottiene quindi una sommatoria di termini  $J_0(\Delta\psi_M(k))$ , ciascuno relativo ad una delle sequenze simmetriche dette, pesati dalla distribuzione di probabilità  $\frac{1}{4^k} + \frac{k-1}{2^{k-1}}$ . La propagazione dei campi su più di una tratta può essere tenuta in conto

semplicemente moltiplicando gli argomenti delle funzioni  $J_0$  per il numero di tratte  $N_{tratte}$ : ciò a patto che le perdite di tratta siano esattamente recuperate e la dispersione cromatica di linea sia perfettamente compensata ad ogni tratta.

La formula finale del DOP è:

$$DOP = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_s \left\{ 1 - \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1}{4^k} + \frac{k-1}{2^{k-1}} \right) J_0 \left( \frac{(8/9)\gamma P_m (2/\pi) N_{tratte}}{\sqrt{\alpha^2 + (\pi D_c \Delta \lambda_{sp} / (kT))^2}} \right) \right]^2 \right\}} \quad (3)$$

che, sottolineiamo, è un'approssimazione in quanto abbiamo approssimato una PRBS con una concatenazione di sottosequenze simmetriche. La dipendenza del DOP dall'angolo relativo  $\theta$  tra le polarizzazioni di pompa e segnale, può essere resa esplicita attraverso le due relazioni date sopra, che lo legano a  $\theta_s$  e  $P_m$ . Dalla (3) si evince chiaramente che se non è possibile controllare la polarizzazione relativa dei due campi (in modo che  $\theta=180^\circ$  o  $\theta=0^\circ$ ), ad esempio a causa della presenza di PMD in linea, la più semplice contromisura al degrado del DOP è incrementare il walk-

off attraverso una maggiore spaziatura dei canali, oppure impiegare una fibra con maggior dispersione cromatica. L'aumento della bit-rate implica un T minore e una spaziatura  $\Delta\lambda_{sp}$  maggiore, nella (3), quindi, cumulativamente, una riduzione del degrado del DOP indotto dal XPM.

**Risultati sperimentali e simulativi:** Abbiamo condotto misure del DOP su un collegamento 3x100 km il cui schema è riportato in Fig. 1, usando la mappa di dispersione mostrata nell'inserto. La fibra di trasmissione è una TeraLight™, con parametri  $\alpha=0.2$  dB/km,  $\gamma=1.68$  W<sup>-1</sup>km<sup>-1</sup> e  $D_c=8$  ps/nm/km; il DGD totale del collegamento è inferiore a 2 ps e dunque la PMD può essere trascurata. La pompa e il segnale sono spazati di  $\Delta\lambda_{sp}=0.8$  nm e modulati NRZ a 10 Gb/s da sequenze di bit indipendenti

Abbiamo condotto cinque insiemi di 500 misure ciascuno del DOP totale di ingresso e del corrispondente DOP di uscita, relativo al solo segnale filtrato otticamente, variando casualmente il controllore di polarizzazione (PC) per ogni misura. La Fig. 2a-e riporta le misure del DOP di segnale (punti) in funzione di  $\theta$ , insieme ai risultati di simulazione (triangoli) e alla curva teorica di DOP (3) (linea continua). La potenza media del segnale probe è fissata a 3 dBm ( $P_s=6$  dBm) mentre il rapporto di potenze PR è diverso per ogni insieme di misure. L'angolo relativo di polarizzazione  $\theta$  può essere semplicemente calcolato dal DOP totale misurato in ingresso e dal rapporto di potenze PR.

La Fig. 2f riporta le misure della BER nello stesso caso di Fig. 2e. Senza fornire dettagli sul ricevitore, lo scopo di questa figura è mostrare che, al crescere di  $\theta$ , l'efficienza di XPM è ridotta dal disallineamento delle polarizzazioni di pompa e segnale e, come noto, la migliore prestazione si ha quando i canali sono polarizzati ortogonalmente nello spazio di Jones ( $\theta=180^\circ$  nello spazio di Stokes).

Tutti i grafici di Fig.2(a-e) hanno una sagoma "a V"; la loro simmetria, in ogni caso, è legata ai parametri di sistema da noi impiegati e non è una caratteristica generale della (3). Difatti, al crescere di  $P_s$ , si può verificare uno spostamento del minimo della curva (3) verso valori di  $\theta$  maggiori. Usiamo scale verticali diverse per evidenziare i casi con potenza di pompa minore. La dispersione della nuvola di punti misurati è dovuta essenzialmente al rumore degli amplificatori, che rappresenta la principale causa di depolarizzazione quando il XPM è trascurabile (PR piccolo). Tale rumore non è tenuto in conto nella teoria e nelle simulazioni. Si osserva un ottimo accordo tra le curve: quindi l'eq. (3) consente, in forma chiusa, una previsione del comportamento del sistema con buona precisione.

**Conclusioni:** Abbiamo derivato un'espressione approssimata, in forma chiusa, per il DOP di un segnale che viene degradato dal XPM dovuto all'interazione non lineare con una pompa. Sebbene in assenza di PMD il degrado del DOP non ha impatto sulla BER, la quantificazione di tale effetto risulta utile nella valutazione di prestazioni dei sistemi con compensazione ottica della PMD, che usano il DOP come segnale di retroazione. Le misure sperimentali e le simulazioni confermano la buona approssimazione dell'espressione proposta.

### Riferimenti

- [1] E. Corbel, J.-P. Thiéry, S. Lanne, S. Bigo, A. Vannucci and A. Bononi, "Experimental statistical assessment of XPM impact on optical PMD compensator efficiency," *submitted to OFC 2003*.
- [2] D. Wang and C. R. Menyuk, "Polarization Evolution Due to the Kerr Nonlinearity and Chromatic Dispersion," *IEEE J. Lightwave Technol.*, **17**, 2520-2529 (1999).
- [3] B. C. Collings and L. Boivin, "Nonlinear Polarization Evolution Induced by Cross-Phase Modulation and Its Impact on Transmission Systems," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **12**, 1582-1584 (2000).
- [4] Z. Pan, Q. Yu, A. E. Willner, and Y. Arieli, "Fast XPM-induced polarization-state fluctuations in WDM systems and their mitigation," in *Proc. OFC 2002*, paper ThA7, 379-381 (2002).
- [5] A. Bononi, C. Francia, and G. Bellotti, "Impulse Response of Cross-Phase Modulation Filters in Multi-span Transmission Systems with Dispersion Compensation," *Optical Fiber Technology* **4**, 371-383 (1998).
- [6] A. J. Viterbi, *CDMA: Principles of spread spectrum communication*, ed. Addison-Wesley, Wireless Communication series, 1995.