Teoria dei segnali B

(C. L. Ing. Elettronica-Informatica-Telecomunicazioni)

Esame scritto I sessione, 1° appello - 25 gennaio 2003

1) Si risolvano i seguenti punti:
1a) dato un generico segnale $x(t)$, si dimostri che $x(t) * \delta(t-t_0) = x(t-t_0)$.
1b) si dimostri che se $x_0(t) \quad \overset{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} \quad X_0(f)$ allora il segnale periodico $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_0(t-kT_0)$ ha per trasformata $X(f) = f_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_0(nf_0)\delta(f-nf_0)$, dove $f_0 = 1/T_0$. (Suggerimento: si applichi il risultato del punto precedente e le proprietà della convoluzione)
1c) si trovi la trasformata di Fourier del segnale $x(t) = sinc\left(\frac{t}{T}\right)$.

2) Si consideri il segnale $y(t) = x(t) \cdot p(t)$ ottenuto modulando in ampiezza (moltiplicando) la portante $p(t) = \cos(2\pi f_c t)$, dove $f_c = \frac{100}{T}$, con il segnale modulante $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} sinc\left(\frac{t-3kT}{T}\right)$. Il segnale $y(t)$ viene fatto passare attraverso un filtro passa-banda ideale di banda (monolatera) $B_{BP} = \frac{1}{2T}$ e frequenza centrale f_c, ottenendo così il segnale $z(t)$. Determinare l'espressione analitica e i grafici dei segnali $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ e dei relativi spettri (trasformate di Fourier) $X(f)$,$Y(f)$,$Z(f)$. I grafici nel dominio t possono essere tracciati per grandi linee, mentre quelli nel dominio f devono essere accurati.

2) Si discutano le proprietà di cui può godere un sistema per la trasformazione dei segnali. Si specifichi, nel caso di sistema lineare e stazionario (tempo-invariante), come queste proprietà si esprimono attraverso la risposta impulsiva. (Si consiglia un'esposizione sintetica)

3) Il sistema di registrazione e riproduzione schematizzato in Fig. 1 è provvisto di un campionatore ideale (che campiona cioé attraverso un treno di impulsi di Dirac di area unitaria $c(t)$) che lavora a frequenza B e di un filtro di ricostruzione adatto a ricostruire i segnali così campionati.
3a) si specifichi l'espressione analitica e si traccino i grafici del segnale $c(t)$ e delle risposte, in tempo e in frequenza, del filtro $H_{ric}(f)$.

In ingresso al sistema si presenta il segnale $x(t) = Asinc^2\left(\frac{3}{4}Bt\right)$, che viene campionato e in seguito ricostruito, ottenendo così il segnale $y(t)$:
3b) specificare se il segnale rispetta la condizione di Nyquist, per il sistema di campionamento dato, e quali implicazioni si hanno per il segnale ricostruito.
3c) si ricavino le espressioni analitiche e i grafici degli spettri $X(f)$ e $Y(f)$. Si valuti l'espressione analitica di $y(t)$.
3d) (facoltativo) valutare l'energia del *segnale errore* $e(t) = y(t) - x(t)$.

4) Un processo stocastico $X(t)$ è Gaussiano e stazionario in senso lato, con valore medio statistico $\eta_X = 0$ e funzione di autocorrelazione $R_X(\tau) = \frac{1}{2}e^{-|\tau|}$. Il processo transita per il sistema schematizzato in Fig. 2, producendo un processo di uscita $Y(t)$.
4a) Stabilire, motivando la risposta, se il processo di uscita $Y(t)$ è stazionario in senso stretto, stazionario in senso lato oppure non stazionario.
4b) Valutare il valore medio statistico dell'osservazione $Y(t_1)$ del processo di uscita, per $t_1 = 2$.
4c) Valutare la funzione di autocorrelazione $R_Y(t_1, t_2)$ e stabilire qual è la correlazione delle variabili aleatorie $Y(t_1)$ e $Y(t_2)$, per $t_1 = 2, t_2 = 4$.
4d) scrivere l'espressione della densità di probabilità congiunta $f_Y(y_1, y_2; t_1, t_2)$, per gli istanti di osservazione t_1 e t_2 dati.

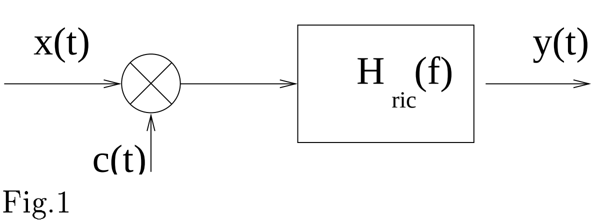

Fig.1

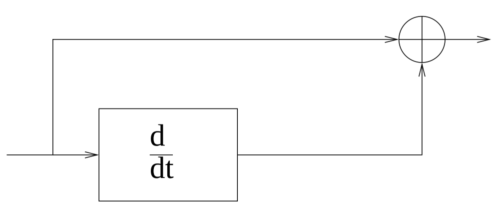

Fig.2